

офіційного рецензента, доктора фізико-математичних наук, доцента,  
професора кафедри математичних проблем управління і кібернетики  
Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича

Малика Ігоря Володимировича

на дисертацію Візінської Ірини Іванівни

«Апроксимація початкових і крайових задач для диференціально  
функціональних рівнянь та їх числове моделювання»,

яка подана на здобуття наукового ступеня доктора філософії

за спеціальністю 113 – «Прикладна математика»

в галузі знань 11 – «Математика та статистика»

**Актуальність теми.** Об'єктом досліджень дисертації Візінської Ірини Іванівни є системи диференціально-різницевих та диференціально-функціональних рівнянь. Такі рівняння є математичними моделями ряду реальних процесів в теорії нелінійних коливань, в системах автоматичного регулювання та керування, хімічних та інших технологічних процесах, еволюція яких залежить від передісторії. Відзначимо також значне число прикладних робіт з екології, імунології, економіки та інших наук, в яких відхилення аргументу є істотним елементом математичної моделі.

Тому розвиток методів дослідження диференціально-функціональних рівнянь, вивчення властивостей їх розв'язків, зокрема, пошук ефектів, що обумовлені наявністю відхилення аргументу, мають велике теоретичне значення і представляють значний практичний інтерес. Побудові та дослідженню схем апроксимації нових класів диференціально-функціональних рівнянь та їх застосувань до ряду прикладних задач присвячена дисертаційна робота. У зв'язку з цим тема дисертаційної роботи є важливою і актуальною.

**Основні наукові результати роботи.** Основу досліджень дисертаційної роботи складають розробка та обґрунтування схем апроксимацій різних класів лінійних диференціально-різницевих та диференціально-функціональних рівнянь системами звичайних диференціальних рівнянь що дало можливість

провести аналогію між властивостями розв'язків рівнянь із запізненням та звичайних диференціальних рівнянь.

Це дозволило якісне дослідження поведінки розв'язків рівнянь із запізненням звести до аналізу розв'язків звичайних динамічних систем без запізнення аргументу. Конструктивні алгоритми такого дослідження запропоновані для лінійних стаціонарних систем із запізненням. Відзначимо також можливість застосування схем апроксимації диференціально-різницевих рівнянь для знаходження наближених значень неасимптотичних коренів квазіполіномів, що визначають основні якісні властивості лінійних систем із запізненням.

Важливим результатом роботи є дослідження розв'язності крайових задач для інтегро-диференціальних рівнянь із запізненням другого порядку та поширення на них схем апроксимацій звичайними інтегро-диференціальними рівняннями. У цьому випадку для знаходження наближеного розв'язку можна використовувати розвинений на даний час апарат дослідження крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь.

**Ступінь обґрунтованості наукових положень, висновків та рекомендацій, сформульованих у дисертації, їх достовірність та новизна.**

Дослідження, виконані автором в даній дисертаційній роботі, спрямовані на постановку та розв'язання важливих нових наукових та прикладних задач в теорії диференціально-функціональних рівнянь. Ідеї та підходи, що лежать в основі досліджень, є конструктивними, а розроблена в роботі загальна методика застосування схем апроксимації має значний прикладний потенціал.

Усі одержані результати є достовірними, що забезпечується узгодженістю з відомими раніше результатами, точністю і чіткістю формулювань тверджень та їх строгим доведенням та достатньою кількістю друкованих праць за темою дисертації.

**Повнота викладу в опублікованих працях.** Результати дисертаційної роботи достатньо повно висвітлені в публікаціях автора та апробовані на наукових конференціях та семінарах.

Дисертація Візінської І.І. відповідає вимогам за кількістю публікацій (5 праць) за темою дисертації у фахових виданнях, а також вимогам до об'єму та оформлення дисертаційних робіт.

### Зауваження та побажання.

1. У роботі міститься ряд неточностей та описок. Наприклад, для відрізка траєкторії  $x_t$  використовується поняття 'функція', проте точніше використовувати поняття 'відображення' або 'оператор'; функція  $\eta(t, \theta)$  після формули (1.4) визначена невірно, оскільки не відповідає рівнянню (1.4); у рівності (2.80) здійснюється ділення матричних функцій (2.79), тому потрібно уточнити чи в (2.79) пропущено операція взяття визначника, чи у (2.80) потрібно використовувати обернену матрицю; не зовсім зрозуміла назва п. 2.6., можливо краще було б назвати "Дослідження стійкості...", а не "Моделювання стійкості..."; у формулі (3.74) повинна бути наближена рівність.
2. У багатьох твердженнях дисертаційної роботи точність наближення залежить від розмірності  $m$  апроксимуючої системи, а саме у розділах 2 та 3 отримуються оцінки  $O\left(\frac{1}{\sqrt{m}}\right)$ . Оскільки явної залежності від величини  $m$  дістати не вдається, тоді не зовсім зрозуміло які розмірність вибирати на практиці, щоб забезпечити потрібну точність апроксимації.
3. Для побудови схеми апроксимації лінійного диференціально-функціонального рівняння в п.2.4. застосовано квадратурну формулу лівих прямокутників та квадратурну формулу трапецій. Доцільно було б провести аналіз впливу похибки такої заміни з них є ефективнішою та порівняти із більш точними методами Рунге – Кутти вищого порядку.
4. Варто порівняти складність розв'язання системи із запізненням (наприклад, метод кроків) та відповідної апроксимуючої системи у випадку лінійності першої. Даний аналіз варто проводити на основі розріджених матриць для систем, оскільки права частина містить саме розріджену матрицю.

Зазначимо, що зроблені зауваження та побажання не впливають на загальну позитивну оцінку роботи.

### Висновок

Дисертаційна робота Візінської Ірини Іванівни «Апроксимація початкових і крайових задач для диференціально функціональних рівнянь та їх числове моделювання» є завершеним науковим дослідженням, яке за актуальністю, науково-теоретичним рівнем одержаних в ній результатів та їх практичною цінністю відповідає вимогам пунктів 6, 7, 8, 9 «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України від 12 січня 2022 р. №44 (із змінами внесеними згідно з Постановою Кабінету Міністрів України від 21 березня 2022 р. №431), а її автор Візінська Ірина Іванівна заслуговує на здобуття ступеня доктора філософії за спеціальністю 113 – «Прикладна математика» в галузі знань 11 – «Математика та статистика».

Рецензент, доктор фізико-математичних наук, доцент  
професор кафедри математичних проблем управління і кібернетики  
Чернівецького національного університету

імені Юрія Федьковича

Ігор МАЛИК

