

РІШЕННЯ
спеціалізованої вченої ради PhD 8279
про присудження ступеня доктора філософії

Спеціалізована вчена рада Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича PhD 8279, Міністерства освіти і науки України, м. Чернівці прийняла рішення про присудження ступеня доктора філософії галузі знань 11 «Математика та статистика» на підставі прилюдного захисту дисертації «Необхідні і достатні умови на множину точок розриву нарізно неперервних функцій» за спеціальністю 111 «Математика» «04» червня 2025 року.

Козловський Микола Романович 1998 року народження, громадянин України, освіта вища: закінчив у 2020 році Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича за спеціальністю «Математика».

15 вересня 2021 р. вступив на денну форму навчання аспірантури Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича. За період навчання підготував дисертацію на здобуття ступеня доктора філософії за спеціальністю 111 «Математика» та виконав освітньо-наукову програму.

Дисертацію виконано у Чернівецькому національному університеті імені Юрія Федьковича, Міністерство освіти і науки України, м. Чернівці.

Науковий керівник: Михайлюк Володимир Васильович, доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри математичного аналізу факультету математики та інформатики Чернівецькому національному університеті імені Юрія Федьковича.

Здобувач має 11 наукових публікацій за темою дисертації, з них 1 стаття у фахових виданнях України категорії «Б», 2 статті у наукових фахових виданнях України, проіндексованих у наукометричній базі даних Scopus і які мають Q2 і Q3, 1 стаття у закордонному періодичному науковому виданні, проіндексованому у базі даних Scopus з Q2, 4 праці, які засвідчують апробацію матеріалів:

1. Козловський, М. Характеризація одноточкових розривів нарізно неперервних функцій багатьох змінних, *Буковинський математичний журнал* **2024**, 12 (1), с. 63-73.
2. Козловський, М. Одноточкові розриви нарізно неперервних функцій багатьох змінних на добутку компактних просторів / One-point discontinuity of separately continuous functions of several variables on a product of compact spaces, *Proceedings of the International Geometry*

Center **2023**, 16(2), С. 105-115. ISSN: **2072-9812** (фахове видання, Scopus) (Q3)

3. Kozlovskyi, M. Discontinuous strongly separately continuous functions of several variables and near coherence of two P-filters, *Carpathian Mathematical Publications* **2024**, 16, Is.2. pp. 469-483. (фахове видання, Scopus) (Q2)
4. Kozlovskyi, M.; Mykhaylyuk, V. Separately continuous functions with a given rectangular set of points of discontinuity, *European Journal of Mathematics* **2022**, 8 (Suppl 1), pp. 330–345. (Scopus) (Q2)

У дискусії взяли участь голова і члени спеціалізованої вченої ради:

Карлова Олена Олексіївна, доктор фізико-математичних наук, професор кафедри математичного аналізу Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича.

Мироник Вадим Ілліч, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри алгебри та інформатики Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича.

Банах Тарас Онуфрійович, доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри алгебри, топології та основ математики Львівського національного університету імені Івана Франка.

Максименко Сергій Іванович, доктор фізико-математичних наук, професор, академік НАН України, завідувач відділу алгебри і топології інституту математики НАН України.

Никифорчин Олег Ростиславович, доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри алгебри та геометрії Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника.

Мироник Вадим Ілліч, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри алгебри та інформатики Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича. Висловлені такі зауваження:

1. Описки:

- на сторінці 41, 7-8 рядок знизу *Намі оки* потрібно замінити на *Наміоки*;
- на сторінці 42, 13 рядок зверху *визначений* потрібно замінити на *визначених*;
- на сторінці 51, 3 рядок зверху *всюдищільною* потрібно замінити на *всюди щільною*;
- на сторінці 57, 13 рядок зверху *ламана функція* потрібно замінити на *кусково лінійна функція*;

- на сторінці 59, 7 рядок зверху *систем* потрібно замінити на *система*;
- на сторінці 69, 6 рядок знизу *то простір* потрібно замінити на *в а простір*;
- на сторінці 70, 2 рядок зверху *гомеоморфізми* потрібно замінити на *гомеоморфізм*;
- на сторінці 74, 4-5 рядок зверху *функціонально ніде не щільною* потрібно замінити на *функціонально замкненою ніде не щільною*;
- на сторінці 75, 2 рядок зверху слово *множина* зайве;
- на сторінці 87, 9 рядок зверху *існують* потрібно замінити на *існує*;
- на сторінці 87, 7 рядок знизу слово *що* зайве;
- на сторінці 99, 6 рядок знизу *ококом* потрібно замінити на *околом*;
- на сторінці 117, 1 рядок зверху *відкрито замкнена* потрібно замінити на *відкрито-замкнена*.

2. Деякі фрагменти міркувань викладені у дуже лаконічному вигляді або відсутні. Наприклад, варто було б дати коротеньке доведення твердження 6.3.2. Так само, у доведенні теореми 6.3.3 на сторінці 125 варто було б подати доведення нарізної неперервності функції g .

3. Після доведення теореми 6.3.4 варто було б подати доведення того, що умова (ii) з цієї теореми також не залежить від ZFC-аксіом.

4. У зв'язку з теоремою 3.4.7 природно виникає питання про існування нарізно неперервних функцій на добутку двох компактифікацій Стоуна-Чеха, яка має непорожню множину точок розриву прямокутного вигляду. Варто було б з'ясувати, чи працює метод доведення теореми 3.4.7 для одержання негативної відповіді на це питання.

Банах Тарас Онуфрійович, доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри алгебри, топології та основ математики Львівського національного університету імені Івана Франка. Висловлені такі зауваження:

1. На 2-й та 7-й сторінках XIX століття занумеровано некоректно як IXX століття, що суперечить правилам запису чисел римськими цифрами.
2. Часто трапляються описки та неузгодженості, зокрема: «chapter..» та стор. 11, «funcions» на стор. 13, «Ганн» в останній лінійці сторінки 17, «пряму обернену задачу» замість «пряму задачу» на стор. 17, «... чином U випадку...» на стор. 18, «компактнів» на

стор.19, «несиметричні» та «несиметричних» на стор.19 і 24, «Наміюки» на стор. 21, « $A \times B$ » замість « $A \times B$ » на стор. 24, крапка замість коми в теоремі 5.3.1, розрив прізвища Наміюки на стор. 41, «непорожній» замість «непорожних» та стор.43, з «даними одноточковим розривом» на стор.45, «приклад» замість «прикладу» на стор.45, «Незай» на стор. 48, «лема Урисона» замість «лема Урисона» в теоремі 2.1.3, «неперервна функція така, що» замість «такі неперервні функції, що» в твердженні 2.1.6, русизм «розглядаємого» на стор. 51, «компактифікація» замість «компактифікацію» на стор. 52, «сім'я дійсний чисел» на стор. 61, «базові відкрито-замкнена множини» на стор. 69, «існує гомеоморфізми» та стор. 70, «власні підмножин множини» в твердженні 4.1.3, «неперервної» на стор. 88...

3. Означуване слово *регулярною* в означенні на стор. 24 вартувало б виділити курсивом. Те ж стосується означуваного терміну *майже когерентний* на стор. 53.
4. В українській математичній термінології *closed sets* зазвичай перекладається як «замкнена множина», а не «закрита», як написано в твердженні 3.1.5 та теоремах 2.2.3, 3.1.15.
5. Дріб $\frac{1}{4}$ в твердженні 3.4.5 вартувало друкувати трохи меншого розміру (за допомогою команди `\tfrac`, а не `\frac`).
6. На початку сторінки 53, автор пише, що «Враховуючи теорему 2.2.5, отримуємо, що всі базові множини є відкрито-замкнені в $\beta\omega$ », що вірно, але не факт, що випливає з теореми 2.2.5, бо ця теорема нічого не говорить про замикання нескінченних підмножин $\beta\omega$.
7. Фільтри з сім'ї F , яка означена на сторінці 53, зазвичай називають *вільними*. Це фільтри з порожнім перетином і тому вони містять усі скінченні множини і мають потрібну властивість (інваріантності відносно скінченних модифікацій).
8. При обговоренні майже когерентності P -фільтрів на стор.54, вартувало б згадати відомі результати про кількість класів майже когерентності ультрафільтрів (що їх є або скінченна кількість, або 2^c – це наш спільний з Бласом результат 2006 року, і також правильні і неправильні теореми Бласа-Шелаха та Мільденбергер про несуперечливість існування рівно двох чи рівно трьох класів некогерентності ультрафільтрів), бо саме до обчислення кількості класів когерентності P -фільтрів зведено задачу існування нарізно неперервних функцій з одноточною множиною розриву в розділі 6.
9. Не зрозуміло, чому множини F_n на стор. 69 є відкритими (замкненість більш-менш очевидна). Хоча відкритості цих множин і не потрібно. Подальше застосування теореми Бера дозволяє знайти множину F_n з непорожньою внутрішністю і цього достатньо для коректного продовження доведення.

10. Виглядає, що лема 5.1.2 некоректна, бо сім'я u не зобов'язана бути фільтром, якщо фільтри $x_1, \dots, x_n$ не є зчепленими, тобто не розширюються до фільтра. Після додавання умови зчепленості ця лема стає правдивою і саме в такому слабшому формулюванні може бути застосована у доведенні твердження 5.1.3, яке, таким чином залишається коректним. Крім того, в означенні фільтра у лемі 5.1.2 фільтри $u_1, \dots, u_n$ мають бути фільтрами $x_1, \dots, x_n$.

Максименко Сергій Іванович, доктор фізико-математичних наук, професор, академік НАН України, завідувач відділу алгебри і топології інституту математики НАН України. Висловлені такі зауваження:

1. Деякі

одруківки:

- стор. 2, рядок 12 зверху: потрібно замінити «Рене Бера на Анрі Лебега» на «Рене Бера **та** Анрі Лебега»
- стор. 4, рядок 12 знизу: потрібно замінити «встановлюєсо» на «встановлюємо»
- стор. 18, рядок 7 знизу: потрібно замінити «Таким чином У випадку ...» на «Таким чином у випадку ...»
- стор. 19, рядок 6 зверху: потрібно замінити «несиметричні» на «несиметричні»
- стор. 39, рядок 1 знизу: потрібно замінити «має проєкцій» на «має проєкції»
- стор. 48, рядок 10 знизу: потрібно замінити «Незай» на «Нехай»
- стор. 48, Теорема 2.13: потрібно замінити «лема Урисон» на «лема Урисона»
- стор. 50, Твердження 2.1.5, рядок 2: потрібно замінити « $g: X \rightarrow [0,1]$ - неперервна функція» на « $g: X \rightarrow [0,1]$ - неперервна функція»
- стор. 50, Твердження 2.1.5, рядок 5: потрібно замінити «таки, що» на «така, що»
- стор. 50, рядок 5 знизу: потрібно замінити « $\theta \in (0,1]$ » на « $\theta \in ((0,1])$ »
- стор 57, теорема 2.2.5. Цю теорему варто було б переформулювати в еквівалентному, але більш «зрозумілому» вигляді: якщо X - нескінченний дискретний простір, то $\beta\omega$ є нульвимірним.
Я не зрозумів, як з теореми 2.2.5 випливає, що для кожної підмножини $A \subset \omega = \{1, 2, \dots\}$ її замикання $\bar{A}$ в $\beta\omega$ є також відкритим (стор. 53, рядки 1-2 зверху).
- стор. 57, рядок 5 знизу, твердження 3.1.5: потрібно замінити «закритою» на «замкненою»
- стор. 61, рядок 4 знизу: потрібно замінити «сім'я дійсний» на «сім'я дійсних».

Никифорчин Олег Ростиславович, доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри алгебри та геометрії Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника. Висловлені такі зауваження:

1. У огляді результатів на с. 37 Теорема 6.3.4 помилково названа ще одною Теоремою 6.3.3.
2. Зауваження про зв'язок між нарізною неперервністю і сильною нарізною неперервністю на середині с. 46 дублює висновок на початку с. 35.
3. У лемі 5.2.2 два записи об'єднання добутків, у яких міститься множина E , нерівнозначні, фактично правильний другий з них.
4. Трапляються стилістичні недоліки, наприклад, на с. 21 «Враховуючи твердження ..., з даної теореми випливає наслідок ...». Слово «розглядаємого» на с. 51 є русизмом.
5. Дисертант не притримується однаковості у транслітерації імен, наприклад, на с. 17 одночасно згадуються Г. Ган і Г. Ганн, на с. 43 одночасно маємо Прейса-Симона і Прайса-Сімона, Наміюка на с. 18 стає Наміюкою на с. 21 тощо.
6. Твердження 4.1.1 - 4.1.6, 4.2.1, 4.2.2 є прамолінійними наслідками з означень, можливо, було б доречніше назвати їх «Зауваженнями».
7. На жаль, у праці є істотна кількість описок, пропущених літер і знаків пунктуації тощо, особливо у першому і другому розділах, які автор, схоже, писав останніми і з меншим зацікавленням.

Результати голосування:

«За» 5 членів ради,

«Проти» 0 членів ради.

На підставі результатів голосування спеціалізована вчена рада PhD 8279 присуджує Козловському Миколі Романовичу ступінь доктора філософії з галузі знань 11 «Математика та статистика» за спеціальністю 111 «Математика».

Голова спеціалізованої
вченої ради PhD 8279,
доктор фізико-математичних наук,
професор кафедри математичного аналізу
Чернівецького національного університету
імені Юрія Федьковича



Олена КАРЛОВА