

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЧЕРНІВЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ЮРІЯ ФЕДЬКОВИЧА

*Кваліфікаційна наукова праця
на правах рукопису*

ЯНЧУК ІВАННА ВОЛОДИМИРІВНА

УДК 548.734

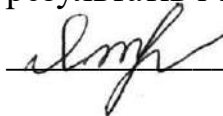
ДИСЕРТАЦІЯ

**ФАЗОКОНТРАСТНІ Х-ПРОМЕНЕВІ
ТОМОГРАФІЯ ТА ІНТЕРФЕРОМЕТРІЯ
СТРУКТУРНИХ ПОРУШЕНЬ
У КРИСТАЛАХ**

01.04.07 – фізика твердого тіла

Подається на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей,
результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

 І.В. Янчук

Науковий керівник
НОВІКОВ СЕРГІЙ МИКОЛАЙОВИЧ,
доктор фізико-математичних наук, доцент

Чернівці – 2021

АНОТАЦІЯ

Янчук І.В. Фазоконтрастні X -променеві томографія та інтерферометрія структурних порушень у кристалах – Кваліфікаційна наукова робота на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.04.07 – фізика твердого тіла. – Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича, Чернівці, 2021.

Дисертація присвячена встановленню особливостей формування муарових зображень, що виникають у деформаційному полі, утвореному при дії одновимірних рядів локальних зосереджених навантажень на вихідну поверхню аналізатора трикристального LLL -інтерферометра для різних випадків їх орієнтацій до вектору дифракції.

Розроблено модельні представлення рядів із розподіленими наборами зосереджених навантажень для дослідження впливу довгоперіодних або локалізованих деформаційних полів на дифракційні та інтерференційні процеси X -хвиль в LLL -інтерферометрах. Створено та апробовано алгоритми та програмне забезпечення з використанням двомірного прямого дискретного швидкого перетворення Фур'є для дослідження енергетичного спектру Фур'є муарового зображення від величин зосереджених навантажень.

Перший розділ дисертації присвячений огляду літератури, у якому проведено аналіз літературних джерел присвячених науковим та практичним сторонам використання X -променевої багатокристальної інтерферометрії, наведені приклади областей її застосування. Відзначається, що динамічна теорія розсіяння X -променів є важливою основою для розробки високочутливих методів дослідження структурної досконалості кристалів. Оскільки, X -променева інтерферометрія базується на основних законах оптики, то дослідження закономірностей формування муарових картин X -хвиль в аналізаторі LLL -інтерферометра, в якому створюється задане деформаційне поле, є важ-

ливим підґрунтям для подальшої розробки методів по відтворюванню деформаційних полів та визначенню компонент тензора деформацій створюваних дефектами.

У другому розділі представлено результати моделювання муарових зображень для різних випадків впливу деформаційного поля, утвореного системою зосереджених навантажень, діючих на вихідну поверхню кристала-аналізатора *LLL*-інтерферометра. На муарових розподілах інтенсивності в залежності від значення навантаження зароджуються деформаційні муарові смуги в перехідній по знаку області (стиск-розтяг). Окремі муарові смуги формуються в тих областях, де максимальна швидкість зміни фази. При цьому, формування системи темно-білих муарових смуг навколо кожної сили симетричне щодо центрального навантаження і відображає характер взаємодії (суперпозиції) їх деформаційних полів.

Наявність фазового муару призводить до зміни чергування контрасту у системі світло-темних смуг інтенсивності, і який, водночас, є своєрідним зондом, за допомогою якого можна оцінити не тільки величину крайніх зосереджених навантажень зі зміни періодів муарових смуг, а також визначити характер спадання сумарного деформаційного поля. Форма муарових смуг відображає загальне поле зміщень $\bar{U}(\vec{r})$, утворене дією ряду зосереджених навантажень. Встановлено, що зменшення зворотної величини періоду муарових смуг $\Lambda(x)$ при віддаленні від крайнього зосередженого навантаження в ряду відображає залежність сумарного деформаційного поля $\partial U_x(x)/\partial x$ і має гіперболічний характер спадання.

Встановлено, що інтегральні параметри енергетичних спектрів Фур'є муарових розподілів інтенсивності, зокрема, середня радіальна частота $\bar{\nu}_R$, чутливі, у першу чергу, до сумарного навантаження P_{NL} . Показано, що двомірне пряме дискретне швидке перетворення Фур'є за характерними особливостями спектрів Фур'є та їх розподілів дозволяє оцінити величину навантаження, яке спричиняє деформацію кристалів.

У третьому розділі представлено нові підходи до аналізу експериментальних муарових картин на основі методу енергетичного спектру Фур'є. Різна чутливість до характеру розподілу зосереджених навантажень у низько- та високочастотних діапазонах частот радіальних розподілів енергетичних спектрів f муарових зображень створила нові можливості визначення величини сумарної деформації P_{NL} та їх довільного розподілу в кристалі.

Запропоновано метод для аналізу муарових зображень, який дозволяє визначати не тільки сумарну величину залишкових деформацій на експериментальних муарових картинах, але й їх просторовий розподіл. Для енергетичних спектрів f значення сумарної сили P_{NL} , яка спричиняє їх появу, визначено на основі середніх просторових радіальних частот $\bar{\nu}_R$ шляхом апроксимації залежності $P_{NL}(\bar{\nu}_r)$. Відносна похибка обчислення P_{NL} є допустимою для еталонних муарових зображень ($\epsilon_{PL} = 1,7\%$), і для експериментальних зображень ($\epsilon_{PL} = 4,6\%$). Просторовий розподіл діючих сил P_{nr} визначено на основі аналізу форми P_R для енергетичних спектрів зображень f з урахуванням сумарної сили P_{NL} . Форму просторових розподілів P_{nr} функціонально описано синусоїдами, амплітуди яких обчислено на основі нормованих площ розподілів P_R для двох заданих діапазонів частот. Залежності між розподілом сил P_{nr} та параметрами P_R встановлено шляхом аналізу серії еталонних муарових зображень. Пропонований метод визначення просторового розподілу зосереджених сил P_{nr} може застосовуватися для визначення довільних сил та відповідних їм деформацій кристалів, які просторово локалізовані вздовж відрізка прямої і значення яких наближено апроксимуються синусоїдами.

У четвертому розділі досліджено особливості формування муарових картин у випадку суперпозиції деформаційних полів, утворених окремими, по різному орієнтованими, протяжними джерелами деформацій. Розраховано муарові зображення деформаційних полів у кристалі, що виникають при різних орієнтаціях двох рядів та певних розподілах за величиною у них зосереджених навантажень, зокрема, перпендикулярно до поверхні аналізатора, а

лінії рядів орієнтовані між собою: паралельно, під кутом та перпендикулярно. Якісний аналіз формування муарових картин на деформаційному полі, яке утворюється двома паралельними рядами, паралельними вектору дифракції \vec{H}_{220} дає змогу зробити наступні висновки: результуюча муарова картина формується сумарним навантаженням від усіх сил у верхньому та нижньому рядах. Збільшення кількості зосереджених навантажень у рядах, а відповідно і сумарного навантаження в окремому ряді та в двох рядах призводить, як наслідок, до збільшення кількості муарових смуг та зменшення їх періоду. Збільшення відстані між паралельними рядами зосереджених сил призводить до появи додаткових колоноподібних муарових смуг, які формуються у вигляді симетричних фігур, утворених в області перших та останніх зосереджених сил у рядах. Між цими фігурами формуються вертикальні муарові смуги, які виникають на деформаційному полі поблизу зосереджених сил у нижній частині верхнього ряду та верхній частині нижнього ряду.

Формування муарової картини на деформаційному полі, утвореному двома рядами, які є перпендикулярними та перетинаються на центру має наступні особливості: як і в попередніх випадках муарові смуги починаються на перших та останніх силах у рядах, а також в тих місцях між рядами, де накладаються деформаційні поля локальних сил одного знаку, і немає – різного знаку.

Досліджено формування муарових смуг на деформаційному полі, яке утворюється двома перпендикулярними рядами з рівномірно розміщеними зосередженими навантаженнями. Виявлено наступні особливості: еліпсоподібні муарові смуги виникають окремо навколо кожного із рядів так і між ними, у вигляді півеліпсів, які починаються на першому зосередженому навантаженні вертикального ряду і накладаються на муарові смуги, що зароджуються у центральній частині верхнього горизонтального ряду. Зменшення відстані між рядами, і відповідно, збільшення взаємодії деформаційних полів, ще більш помітно відображається на формуванні всієї системи муарових смуг.

Збільшується кількість вертикальних півеліпсів та їх кривизна від центру. Муарові смуги огинають ряди і зближуються по центру. При цьому, фрактальна спектральна розмірність, яка розрахована на основі спектрів Фур'є перетворення лінійних перерізів інтенсивності муарового зображення, демонструє не лінійну (гіперболічну) залежність зміни від відстані між рядами. Її максимальне значення свідчить про втрату рядами окремих суб'єктів, коли муарове зображення формується вже на їх сумарному деформаційному полі.

Ключові слова: *LLL*-інтерферометр, муарові зображення, зосереджене навантаження, деформаційне поле, частоти радіальних розподілів, енергетичний спектр Фур'є.

SUMMARY

Yanchuk I. V. Phase-contrast X-ray tomography and interferometry of structural disorders in crystals. – Manuscript.

The Ph.D. thesis for a scientific degree of the candidate of science (Doctor of Philosophy) on physics and mathematics, field 01.04.07 – solid state physics – Yuriy Fedkovych Chernivtsi National University, Chernivtsi, 2021.

The dissertation is devoted to the establishment of formation peculiarities of moiré images that arise in deformation field created by influence of one-dimensional set of local concentrated loads on the output surface of the of a three-crystal *LLL*-interferometer analyzer for different cases of their orientations to the diffraction vector.

Model representations of rows with distributed sets of concentrated loads have been developed to study the influence of long-period or localized deformation fields on the diffraction and interference processes of X-waves in *LLL*-interferometers. Software and algorithms have been developed and tested using two-dimensional direct discrete fast Fourier transform to study the Fourier energy spectrum of moiré image caused by different values of concentrated loads.

The first section of the dissertation is devoted to a literature review, contains analysis of the literature on scientific and practical aspects of the use of X-ray multi-crystal interferometry and gives examples of its applications. It is noted that the dynamic theory of X-ray scattering is an important basis for the development of highly sensitive methods for studying the structural perfection of crystals. Since X-ray interferometry is based on the main laws of optics, the study of principles of X-waves moirés patterns formation in *LLL*-interferometer analyzer, which creates a preset deformation field, is an important basis for further development of methods for reproduction of deformation fields and determination of deformation vector components created by defects.

The second section presents results of simulation of moiré images for different cases of influence of the deformation field formed by the system of concentrated loads acting on the output surface of *LLL*-interferometer crystal analyzer. Deformation moiré bands are generated in transition region (compression-tension deformations) on moiré intensity distributions depending on the value of the load. Individual moiré bands are formed in areas of maximum rate of phase change. In this case, the formation of a set of dark and light moiré stripes around each force is symmetrical with respect to the central load and reflects the nature of the interaction (superposition) of their deformation fields.

The presence of phase moiré leads to a change in contrast alternation in set of light and dark intensity bands. At the same time phase moiré is a kind of probe that can not only estimate the magnitude of edge concentrated loads, but also determine the nature of the total deformation field decrease. The shape of the moiré stripes shows total displacement field $\bar{U}(\vec{r})$ formed by the action of a set of concentrated loads. It is established that the decrease in the inverse value of moiré bands period $\Lambda(x)$ at a distance from the edge concentrated load in a row reflects the dependence of the total deformation field $\partial U_x(x)/\partial x$ and has a hyperbolic nature of the decrease.

It is established that the integral parameters of the Fourier energy spectra of moiré intensity distributions, in particular the average radial frequency $\bar{\nu}_R$, are sensitive, first of all, to the total load P_{NL} . It is shown that the two-dimensional direct discrete fast Fourier transform according to the characteristic features of the Fourier spectra and their distributions allows to estimate the magnitude of the load that causes the deformation of the crystals.

The third section presents new approaches to the analysis of experimental moiré images based on the Fourier energy spectrum method. Different sensitivity to the nature of the distribution of concentrated loads in the low and high frequency ranges of the radial distributions of the energy spectra f of moiré images created new opportunities to determine the value of the total deformation P_{NL} and their arbitrary distribution in the crystal.

A method for the analysis of moiré images, which allows to determine not only the total value of residual deformations on experimental moiré paintings, but also their spatial distribution, is proposed. For the energy spectra f , the values of the total force P_{NL} , that causes spectra appearance, are determined on the basis of the mean spatial radial frequencies by approximating $P_{NL}(\bar{\nu}_r)$ dependence. The relative error of P_{NL} calculation is acceptable for reference ($\varepsilon_{PL} = 1,7\%$) and experimental moiré images ($\varepsilon_{PL} = 4,6\%$). The spatial distribution of forces P_{nr} is determined basing on the analysis of shape P_R of energy spectra of images f taking into account the total force P_{NL} . The shape of spatial distributions P_{nr} is functionally described by sinusoids with amplitudes calculated according to the normalized areas of distributions P_R for two predetermined frequency ranges. The relationships between force distribution P_{nr} and parameters P_R were established according to analysis of a set of reference moiré images. The proposed method for determination of spatial distribution of concentrated forces P_{nr} can be used to determine arbitrary forces and their corresponding deformations, which are spatially localized along a line segment and whose values are approximated by sinusoids.

In the fourth section the peculiarities of formation of moiré images in the case of superposition of deformation fields created by separate differently oriented extended sources of deformations are investigated. Moiré images of deformation fields in crystal that occur at different orientations of two rows and certain distributions of the magnitude of their concentrated loads, in particular, perpendicular to the analyzer surface, and with the lines of rows oriented parallel, angled and perpendicular, were simulated. Qualitative analysis of the formation of moiré patterns on the deformation field, which is created by two parallel rows, parallel to the diffraction vector \vec{H}_{220} , allows us to draw the following conclusions: the resulting moiré pattern is formed by the total load of all forces in the upper and lower rows. An increase in the number of concentrated loads in rows, and consequently the total load in a separate row and in two rows, leads to an increase in the number of moiré bands and a decrease in their period. Increasing the distance between parallel rows of concentrated forces leads to the appearance of additional columnar moiré stripes, which are have a shape of symmetrical figures formed close to the first and last concentrated force in the rows., Vertical moiré bands are formed between these figures, and they appear on deformation field near concentrated forces in the lower part of the upper row and the upper part of the lower row.

The moiré pattern on a deformation field, created by two rows which are perpendicular and intersect at the center has the following features: as in previous cases, moiré stripes begin on the edge forces in rows, as well as in places between rows where deformation fields are superimposed.

The formation of moiré bands on the deformation field, which is formed by two perpendicular rows with evenly distributed concentrated loads, is investigated. The following features are revealed: elliptical moiré stripes appear separately around each of the rows and between them in shape of half-ellipse, which begin at the first concentrated load of the vertical row and are superimposed on moiré stripes that originate in the central part of the upper horizontal row. The decrease in the distance between the rows, and accordingly, the increase in the interaction of

the deformation fields, affects the formation of the entire system of moiré bands even more intensive. The number of vertical half ellipses and their curvature from the center increases. Moire stripes encircle the rows and converge in the center. In this case, the fractal spectral dimension, which is calculated on the basis of Fourier transform spectra of linear cross-sections of the intensity of the moire image, demonstrates a non-linear (hyperbole) dependence of the change on the distance between the rows. Its maximum value indicates the loss of a number of individual subjects, when the moire image is already formed on their total deformation field.

Key words: *LLL*-interferometer, moiré images, concentrated force, deformation field, frequencies of radial distributions, Fourier energy spectrum.

Список публікацій основних наукових результатів дисертації

1. Fodchuk I.M. The Features of X-Ray Topographic Contrast Formation in Silicon with Dislocation Clusters. / I.M. Fodchuk, S.N. Novikov, D.G. Fedortsov, A.Ya. Struk, **I.V. Yaremchuk** // Crystallography Reports. – 2013. – Vol. 58, No. 7. – P. 976–983.

2. Новіков С.М. Вплив величини і розташування зосереджених сил на формування муарових картин в *LLL*-інтерферометрі. / С.М. Новіков, І.М. Фодчук, Я.М. Струк, **І.В. Яремчук** // Науковий вісник Чернівецького університету. Фізика. Електроніка. – 2014. – Т. 3, Вип. 2. – С. 11-19.

3. Fodchuk I.M. Direct and inverse problems in X-ray three-crystal triple Laue case interferometry. / I.M. Fodchuk, S.N. Novikov, **I.V. Yaremchuk** // Applied optics. – 2016. – Vol. 55, No. 12. – P. B120-B125.

4. Фодчук И.М. Воспроизведение остаточного деформационного поля в кристалле-анализаторе *LLL*-интерферометра. / И.М. Фодчук, С.Н. Новиков, **И.В. Яремчук** // Металлофизика и новейшие технологии. – 2016. –Т. 38, № 3. – С. 389-403.

5. Баловсяк С.В. Воспроизведение остаточного деформационного поля в кристалле-анализаторе *LLL*-интерферометра. / С.В. Баловсяк, С.Н. Новиков,

И.М. Фодчук, **И.В. Яремчук** // *Металлофизика и новейшие технологии*. – 2019. – Т. 41, № 3. – С. 389-402.

6. Fodchuk I.M. Reconstruction of spatial distribution of strains in crystals using the energy spectrum of X-ray Moire patterns. / I.M. Fodchuk, S.N. Novikov, S.V. Balovsyak, **I.V. Yanchuk**, V.F. Romankevych // *Ukr. J. Phys. Opt.* – 2020. – Vol. 21, No. 3. – P. 141-151.

7. Баловсяк С.В. Спосіб визначення величини деформаційних полів кристала на основі X-променевого муарового зображення в кремнієвому *LLL*-інтерферометрі. / С.В. Баловсяк, П.М. Литвин, І.М. Фодчук, **І.В. Яремчук** // Патент на корисну модель 121378 Україна, МПК G01T 1/16, G06F 17/00, G06F 17/17. Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича (UA). – №u201702011; заяв. 02.03.2017; опубл. 11.12.2017, Бюл. №23/2017.

Апробація матеріалів дисертації

- Fodchuk I.M. Simulation of moiré patterns of silicon depending on the nature of arrangement of local concentrated forces in the series / I.M. Fodchuk, S.N. Novikov, I.V. Fesiv, Ya.M. Struk, **I.V. Yaremchuk** // XIV міжнародна конференція з фізики і технології тонких плівок та наносистем (МКФТТПН-ХІV). – 20-25 травня, Івано-Франківськ (Україна), 2013. – P. 122-123.
- Фодчук И.М. Особенности исследование полей деформаций методом рентгеновской интерферометрии / И.М. Фодчук, С.Н. Новиков, Я.М. Струк, И.В. Фесив, **И.В. Яремчук** // VI Українська наукова конференція з фізики напівпровідників УНКФН-6. – 30 вересня – 4 жовтня, Чернівці (Україна), 2013. – С. 345-346.
- Fodchuk I.M. The features of research of deformation fields by X-ray interferometry / I.M. Fodchuk, S.N. Novikov, Ya.M. Struk, I.V. Fesiv, **I.V. Yaremchuk** // The 11th International Conference "Correlation Optics". – 18-21 September, Chernivtsi (Ukraine), 2013.
- Fodchuk I. Influence of magnitude and arrangement of concentrated forces onto

the formation of moiré patterns in *LLL*-interferometer / I. Fodchuk, S. Novikov, Ya. Struk, I. Fesiv, **I. Yaremchuk** // 12th Biennial Conference on High-Resolution X-Ray Diffraction and Imaging XTOP 2014. – 14-19 September, Villard de Lans (France), 2014.

- Фодчук І.М. Муарові картини модельних мікро подряпин в Si / І.М. Фодчук, С.М. Новіков, **І.В. Яремчук** // Physical and technological problems of radio engineering devices, telecommunication, nano-and microelectronics. – 23-23 October, Chernivtsi, (Ukraine), 2014. – С. 192.

- Fodchuk I.M. Reconstruction of Residual Deformation Field from Moiré Patterns in the X-ray Interferometry / I.M. Fodchuk, S.N. Novikov, Ya.M. Struk, **I.V. Yaremchuk** // XV міжнародна конференція з фізики і технології тонких плівок та наносистем (МКФТТПН-XV). – 11-16 травня, Яремча, 2015.

- Fodchuk I.M. Reconstruction of nature of elastic fields from moiré patterns in the X-ray interferometry / I.M. Fodchuk, S.N. Novikov, **I.V. Yaremchuk** // The Twelfth International Conference "Correlation Optics 2015". – 14-18 September, Chernivtsi (Ukraine), 2015.

- Fodchuk I. Long-Range Interaction of Residual Deformation Fields in the X-Ray Triple-Crystalline *LLL*-Interferometer / I. Fodchuk, S. Novikov, M. Raransky, V. Shafranuyk, **I. Yaremchuk** // 13th Biennial Conference on High Resolution X-Ray Diffraction and Imaging XTOP 2016. – 4-8 September, Brno (Czech Republic), 2016. – Vol. 23. – No. 3. – P. 302.

- Новіков С.М. Відтворення можливих джерел залишкових деформацій в рентгенівському три кристальному *LLL*-інтерферометрі / С.М. Новіков, І.М. Фодчук, М.Д. Раранський, В.П. Шафранюк, Я.М. Струк, **І.В. Яремчук** // VII українська наукова конференція з фізики напівпровідників "УНКФН-7". – 26-30 вересня, Дніпро (Україна), 2016. – С. 401-402.

- Balovsyak S. The Fourier energy spectrum for moiré images arising under the action of concentrated forces / S. Balovsyak, I. Fodchuk, S. Novikov, **I. Yaremchuk** // XVI міжнародна конференція з фізики і технології тонких плівок та наносистем

(МКФТТПН–ХVI–ІСРТТFN). – 15-20 травня, Івано-Франківськ, 2017. – С. 357.

- Fodchuk I. Calculation of force distribution based on *X*-ray moire images / I. Fodchuk, S. Balovsyak, S. Novikov, **I. Yaremchuk** // 14th Biennial Conference on High Resolution *X*-Ray Diffraction and Imaging ХТОР 2018. – 3-7 September, Bari (Italy), 2018.
- Novikov S. Reconstitution of Strain Distribution from *X*-Ray Moiré Images by Characteristics of the Fourier Energy Spectrum / S. Novikov, S. Balovsyak, V. Romankevych, **I. Yanchuk** // XVII міжнародна фреїківська конференція з фізики і технології тонких плівок та наносистем (МКФТТПН-ХVII). – 20-25 травня, Івано-Франківськ (Україна), 2019. – С. 161.
- Fodchuk I. Residual strain reconstruction from *X*-ray moiré images through the radial distribution of Fourier power spectrum / I. Fodchuk, S. Balovsyak, S. Novikov, **I. Yanchuk**, V. Romankevych // 14th International Conference on Correlation Optics. – 16-19 September, Chernivtsi (Ukraine), 2019. – P. M 21.

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ	16
ВСТУП	17
РОЗДІЛ 1. X-ПРОМЕНЕВА ІНТЕРФЕРОМЕТРІЯ (Огляд літератури)	24
1.1. Прикладні застосування <i>LLL</i> -інтерферометрії	25
1.2. Основні співвідношення	29
1.3. Фазоконтрастна інтерферометрія	37
1.4. Формування муарових зображень при дії зовнішніх чинників на пластини <i>LLL</i> -інтерферометра	41
1.5. Висновки до розділу 1	45
РОЗДІЛ 2. ПРЯМІ ЗАДАЧІ В X-ПРОМЕНЕВІЙ ТРИКРИСТАЛЬНІЙ <i>LLL</i> -ІНТЕРФЕРОМЕТРІЇ	47
2.1. Муарові картини у випадку дії різних за величиною локальних навантажень на вихідну поверхню аналізатора <i>LLL</i> -інтерферометра	47
2.2. Двомірне пряме дискретне швидке перетворення Фур'є для аналізу муарових картин	68
2.3. Висновки до розділу 2	82
РОЗДІЛ 3. ОБЕРНЕНА ЗАДАЧА. АНАЛІЗ МУАРОВОГО X-ПРОМЕНЕВОГО ЗОБРАЖЕННЯ ДЕФОРМОВАНИХ КРИСТАЛІВ ЗА РАДІАЛЬНИМ РОЗПОДІЛОМ ЕНЕРГЕТИЧНОГО СПЕКТРУ ФУР'Є	84
3.1. Вступ	84
3.2. Теоретичні співвідношення	85
3.3. Енергетичні спектри муарових зображень	88
3.3.1. Радіальний розподіл для енергетичного спектру та його середня просторова частота	89
3.4. Аналіз муарових картин за допомогою параметрів енергетичного спектру	93
3.5. Тестування методу для обчислення значень сумарного наванта-	97

ження

3.5.1. Тестування методу для обчислення навантажень на основі параметрів еталонних муарових зображень	99
3.6. Визначення величини залишкових деформацій із аналізу експериментальних муарових зображень	102
3.7. Обернена задача. Визначення характеру розподілу джерел сил	103
3.8. Обернена задача. Відновлення розподілу залишкових джерел деформацій	113
3.9. Висновки до розділу 3	117
РОЗДІЛ 4. ОСОБЛИВОСТІ ВПЛИВУ ДЕФОРМАЦІЙНОГО ПОЛЯ, УТВОРЕНОГО ДВОМА ОКРЕМИМИ РОЗПОДІЛАМИ ЗОСЕРЕДЖЕНИХ СИЛ НА ФОРМУВАННЯ МУАРОВИХ ЗОБРАЖЕНЬ	118
4.1. Муарові зображення утворені двома паралельними рядами зосереджених сил	119
4.2. Муарові зображення утворені двома рядами зосереджених сил, розміщених під кутом	123
4.3. Муарові зображення утворені двома перпендикулярними рядами зосереджених сил, які перетинаються	127
4.4. Формування муарових зображень, утворених двома перпендикулярними рядами зосереджених сил	131
4.5. Висновки до розділу 4	141
ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ І ВИСНОВКИ	143
СПИСОК ЦИТОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ	146
ДОДАТОК. ПУБЛІКАЦІЇ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ	158

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

ФК – фазовий контраст,

ЗС – зосереджена сила,

ЗН – зосереджене навантаження,

ДП – деформаційне поле,

МЗ – муарове зображення,

МК – муарова картина,

МС – муарова смуга,

ДШПФ – дискретне швидке перетворення Фур'є,

СКВ – середнє квадратичне відхилення.

ВСТУП

Актуальність теми. Дослідження закономірностей формування X -хвильових інтерференційних картин в аналізаторі LLL -інтерферометра, в якому створюється задане деформаційне поле, є важливим підґрунтям для подальшої розробки методів розв'язку обернених задач – встановлення з експериментальних муарових зображень величини і просторового розподілу деформаційного поля, що має важливе наукове та практичне значення.

Відомо, що X -променева багатокристална інтерферометрія базується на основних законах оптики, проте принципи формування X -променевого зображення дещо інші – складніші. Формування інтерферометричної картини відбувається внаслідок дифракції X -хвиль в окремих блоках на кристалічних ґратках (які можуть мати дилатаційні та ротаційні зміни у періодах) і їх інтерференції в аналізаторі інтерферометра. Основна проблема – фазова невідповідність.

Дослідження показали, що метод X -хвильової інтерферометрії володіє надзвичайно високою чутливістю до порушень кристалічної структури. Наразі X -променева інтерферометрія має важливе практичне застосування в метрології, зокрема, для визначення постійної Авогадро та стандартизації довжин X -хвиль. Вона також є потужним засобом дослідження медичних та біологічних зразків у фазовій томографії. Використання комбінованої оптичної та X -променевої інтерферометрії в дало змогу виявити незначний вплив поверхневого тиску на міжплощинні віддалі кристалу кремнію.

Натомість наявні дефекти структури і макродеформації в пластинах інтерферометра суттєво впливають на якість результатів досліджень.

Розвиток динамічної теорії X -хвиль на даний час дозволяє провести необхідні числові моделювання муарових картин із заданим полем деформацій. Значно спростити задачу вивчення комбінованого впливу дефектів на дифракцію X -хвиль у реальному кристалі можна шляхом моделювання у спеціально підібраних умовах, де дифракційні ефекти проявляються більш в повній мірі,

а вплив зовнішніх чинників керований. У цьому випадку найбільш ефективним є застосування модельних рядів із зосереджених навантажень (ЗН), що дозволяє створювати в кристалі довгоперіодні та локалізовані поля деформацій. За такого підходу при аналізі експериментальних муарових картин можна отримати необхідну кількісну інформацію про джерела залишкових або діючих деформацій та їх розподіл, а також про характер їх можливого взаємовпливу.

Отже, дослідження закономірностей формування X -хвильових інтерференційних картин в аналізаторі LLL -інтерферометра, в якому створюється задане деформаційне поле, є важливим та актуальним завданням для подальшої розробки методів розв'язку обернених задач – встановлення з аналізу експериментальних муарових картин (МК) величини і просторового розподілу деформаційного поля, і як наслідок, визначення всіх компонент тензора деформацій, що є вже можливим в оптичній інтерферометрії.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами, грантами.

Дослідження, представлені у дисертаційній роботі, виконано відповідно до програм наукової тематики кафедри інформаційних технологій та комп'ютерної фізики Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича, зокрема:

- "Фазоконтрастні X -променеві томографія та інтерферометрія структурних порушень у кристалах та неоднорідностей біологічних об'єктів" (№ державної реєстрації 0112U002342, 2012-2014 рр.).
- "Розробка методів прецизійної X -променевої дифрактометрії деформаційних станів епітаксціальних наноструктур з гетеровалентними переходами $A3B5/A2B6$ " (№ державної реєстрації 0114U003702, 2014-2015 рр.).
- " X -променево-оптична томографія полікристалічних мереж біологічних шарів" (№ державної реєстрації 0117U001149, 2017-2019 рр.).
- "Нові підходи у розвитку структурно-чутливої X -променевої спектрометрії та дифрактометрії складних кристалічних сполук, тонкошарових та наноро-

змір-них шаруватих систем" (№ державної реєстрації 0119U100731, 2019-2021 рр.).

Метою дисертаційної роботи є встановлення особливостей формування муарових зображень, що виникають у деформаційному полі, утвореному при дії одновимірних рядів локальних зосереджених навантажень на вихідну поверхню аналізатора трикристального *LLL*-інтерферометра для випадків їх орієнтації паралельно або перпендикулярно вектору дифракції.

Для досягнення поставленої мети було визначено наступні завдання:

1. Розробка моделей із певним чином розподіленими наборами ЗН для дослідження впливу довгоперіодних або локалізованих деформаційних полів на дифракційні та інтерференційні процеси *X*-хвиль в *LLL*-інтерферометрах.

2. Розробка алгоритмів та програмного забезпечення з використанням двовірного прямого дискретного швидкого перетворення Фур'є для дослідження енергетичного спектру Фур'є муарового зображення від величини ЗН.

3. Дослідження впливу на формування муарових картин деформаційного поля, утвореного рядами із ЗН, які різняться величиною та розподілом навантажень.

4. Встановити взаємозалежність значень середніх просторових частот енергетичних спектрів муарових зображень та величини деформаційного поля, породженого сумарною дією ЗН.

5. Розробити алгоритм відтворення величини сумарного навантаження у рядах із ЗН за допомогою аналізу параметрів енергетичного спектру муарових зображень (МЗ).

6. Дослідити ступінь чутливості до характеру розподілу локальних джерел деформацій у низько- та високочастотних діапазонах радіальних розподілів енергетичних спектрів МЗ.

7. Встановити особливості формування муарових картин, які виникають на деформаційних полях, утворених окремими рядами при заданих роз-

поділах ЗН: паралельному, перпендикулярному та під кутом до вектору дифракції \vec{H}_{220} .

8. Дослідити взаємозв'язок змін в структурі муарових смуг (МС) при зміні відстані між джерелами деформацій, утворених окремими (паралельними або перпендикулярними) рядами із ЗН, а також на їх фрактальну спектральну розмірність.

Об'єкт дослідження – X -хвильові муарові зображення деформаційних полів, утворених окремими рядами із ЗН за заданим їх розподілом та величиною, а також системами із окремих рядів ЗН, по різному орієнтованих один по відношенню до іншого і рознесених на різні відстані.

Предмет досліджень – механізми та закономірності формування муарових зображень деформаційних полів, що виникають при дії різних за величиною та розподілом ЗН на вихідній поверхні аналізатора LLL -інтерферометра.

Методи дослідження: числові методи розв'язку диференціальних рівнянь у частинних похідних зі змінними коефіцієнтами, які описують динамічне розсіяння X -хвиль реальними кристалами, ейкональна теорія розсіяння X -хвиль, X -променева трикристальна інтерферометрія, Фур'є-аналіз.

Наукова новизна отриманих результатів полягає в тому, що *вперше*:

1. Показано, що наявність фазового зсуву є своєрідним зондом, за допомогою якого можна оцінити не тільки деформаційну потужність окремих ЗН зі зміни періодів муарових смуг, а також визначити характер зміни сумарного деформаційного поля. Форма муарових смуг відображає загальне поле зміщень $\vec{U}(\vec{r})$, утворене дією ряду зосереджених навантажень. Зменшення зворотної величини періоду муарових смуг $\Lambda(x)$ при віддаленні від крайнього зосередженого навантаження в ряду відображає залежність сумарного деформаційного поля $\partial U_x(x)/\partial x$ і має гіперболічний характер спадання.

2. Встановлено, що X -променеві муарові зображення суттєво залежать від величини та характеру розподілу ЗН. Між значеннями сумарного наван-

таження P_{NL} і середньої частоти $\bar{\nu}_R$ виявлена кореляція, яка дає змогу встановити функціональний зв'язок між ними. Запропоновано метод, який дозволяє пов'язати залежність середніх просторових частот $\bar{\nu}_R$ енергетичних спектрів муарових зображень та суми ЗН P_{NL} , які стали причиною виникнення деформацій.

3. Запропоновано нові підходи до аналізу муарових розподілів інтенсивності на основі методу енергетичного спектру Фур'є. Встановлена різна чутливість до характеру розподілу локальних джерел деформацій у низько- та високочастотних діапазонах радіальних розподілів енергетичних спектрів муарових зображень. Це створює нові можливості визначення не тільки сумарної величини деформації, але й їх просторового розподілу в кристалі.

4. Встановлено, що формування МС на деформаційному полі, утвореному окремими двома рядами із ЗН, орієнтованих паралельно, перпендикулярно чи під кутом, має спільні та відмінні риси. Відмінні риси полягають у формуванні різних за періодом та формою систем МС поблизу ЗН у рядах. Спільним є те, що при віддаленні від рядів формуються еліпсоподібні МС на результуючому деформаційному полі.

Сформована таким чином система МС, яка хоча і зберігає деякі характерні риси для кожного із вертикальних та горизонтальних рядів, проте у цілому відображає утворене ними результуюче деформаційне поле.

Практичне значення отриманих результатів. Досягнутий рівень розуміння фізичних процесів формування муарових смуг у слабко і сильно деформованих зосереджених навантаженнях областях кристалу підвищує інформативність і ефективність X -променевих топографічних методів.

Встановлені механізми формування зображень деформаційних полів, що виникають при дії локальних ЗН на муарових картинах можуть бути використані для створення нових методів структурної діагностики високодоскональних кристалічних матеріалів.

Результати, отримані у дисертації, можуть бути використані у навчаль-

ному процесі, зокрема у таких спецкурсах: "Комп'ютерне моделювання процесів розсіяння", "Дефекти в кристалах", "Фізика твердого тіла", "X-променевий структурний аналіз" тощо.

Обґрунтованість і достовірність результатів. Викладені в дисертаційній роботі завдання, наукова новизна та висновки обґрунтовані з точки зору динамічної теорії розсіяння X-хвиль, а співставлення з експериментальними результатами підтверджує їх.

Особистий внесок здобувача. Дисертантка брала активну участь у постановці задач, обговоренні та інтерпретації результатів в усіх опублікованих у співавторстві роботах [1* -20*]. У роботах [1*, 10*, 11*] брала участь у вдосконаленні алгоритму розрахунків дифракційних зображень. У роботах [2*-4*, 14*, 15*] проводила числові розрахунки, брала участь в аналізі отриманих результатів, здійснювала цифрову обробку експериментальних зображень. У роботах [5*, 6*, 18*-20*] здійснювала адаптацію алгоритму двомірного прямого дискретного швидкого перетворення Фур'є для задач інтерферометрії, розрахунки та аналіз отриманих результатів. У роботі [7*] здійснено патентний пошук. Результати дисертації [8*-20*] доповідались і обговорювались на міжнародних і всеукраїнських наукових конференціях.

Апробація результатів дисертації. Основні результати досліджень, викладені в дисертації, доповідались і обговорювались на:

XIV міжнародна конференція з фізики і технології тонких плівок та наносистем (МКФТТПН-XIV), 20-25 травня 2013, Івано-Франківськ, Україна.

VI Українська наукова конференція з фізики напівпровідників УНКФН-6, 30 вересня – 4 жовтня 2013, Чернівці, Україна.

The 11th International Conference "Correlation Optics", 18-21 September 2013, Chernivtsi, Ukraine.

12th Biennial Conference on High-Resolution X-Ray Diffraction and Imaging XTOP 2014, 14-19 September 2014, Villard de Lans, France.

Physical and technological problems of radio engineering devices,

telecommunication, nano-and microelectronics, 23-23 October 2014, Chernivtsi, Ukraine.

XV міжнародна конференція з фізики і технології тонких плівок та наносистем (МКФТТПН-XV), 11-16 травня 2015, Яремча, Україна.

The 12th International Conference "Correlation Optics 2015", 14-18 September 2015, Chernivtsi, Ukraine.

13th Biennial Conference on High Resolution X-Ray Diffraction and Imaging ХТОР 2016, 4-8 September 2016, Brno, Czech Republic.

VII українська наукова конференція з фізики напівпровідників "УНКФН-7", 26-30 вересня 2016, Дніпро, Україна.

XVI міжнародна конференція з фізики і технології тонких плівок та наносистем (МКФТТПН-XVI-ICRTTFN), 15-20 травня 2017, Івано-Франківськ, Україна.

14th Biennial Conference on High Resolution X-Ray Diffraction and Imaging ХТОР 2018, 3-7 September 2018, Bari, Italy.

XVII міжнародна Фреїківська конференція з фізики і технології тонких плівок та наносистем (МКФТТПН-XVII), 20-25 травня 2019, Івано-Франківськ, Україна.

14th International Conference on Correlation Optics, 16-19 September 2019, Chernivtsi, Ukraine.

Публікації. У дисертації узагальнено наукові результати, опубліковані у 20 працях, з них – 6 статей у міжнародних та вітчизняних фахових виданнях, 1 патент на корисну модель, 13 тез доповідей на міжнародних і всеукраїнських наукових конференціях.

Структура та обсяг дисертації. Дисертація складається із вступу, чотирьох розділів, які присвячені основним результатам роботи, висновків, списку цитованої літератури та додатків. Загальний обсяг роботи – 160 сторінок машинописного тексту, містить 9 таблиць та 68 рисунків. Список цитованої літератури містить 120 найменувань.

РОЗДІЛ 1.

X-ПРОМЕНЕВА ІНТЕРФЕРОМЕТРІЯ

(Огляд літератури)

На сьогодні X-променева багатокристална інтерферометрія [1-78] створює унікальні можливості в різних областях вивчення конденсованих середовищ при вимірюванні фундаментальних фізичних констант та оптичних констант в області жорсткого (10-100 кеВ) X-хвильового випромінювання, зокрема: показників заломлення різних речовин [59, 60]; значення постійної Авогадро [27, 31]; закономірностей і механізмів формування X-хвильових муарових зображень деформацій та впливу різноманітних факторів на їх формування [68, 69]. Також X-променева інтерферометрія є ефективним методом дослідження фазової однорідності медичних і біологічних зразків у фазоконтрастній мікроскопії [54, 55].

Розвиток і впровадження методів оптичної інтерферометрії дав поштовх для розробки нових методів багатокристалної інтерферометрії в діапазоні X-хвильового, нейтронного, електронного випромінювань [1-20, 78]. X-променева інтерферометрія базується на основних законах оптики.

Перші X-променеві інтерферометри розроблені У. Бонзе і М. Хартом [1, 2] показали, що новий метод X-хвильової топографії має надзвичайно високу чутливість до порушень кристалічної структури, а також до фазової неоднорідності матеріалів.

Багатокристална інтерферометрія сприяла розвитку новітніх методів дослідження і діагностики внутрішньої будови різних речовин, зокрема: X-променевої голографії [54, 55], фазоконтрастної топографії, інтерферометричних систем на тонких плівках [79], X-хвильової оптичної і тальботівської інтерферометрії [35-39].

Вивчення зовнішніх впливів на досконалі кристали (зосереджене навантаження [67, 68], температурні градієнти [69], дія лазерного опромінення, механічні пошкодження [65], епітаксійне нарощування, ультразвукова дефо-

рмація [70] тощо), а також числове моделювання даних задач стало вагомим досягненням кафедри фізики твердого тіла (з 2017 року інформаційних технологій та комп'ютерної фізики) Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича.

Отже, дослідження закономірностей формування муарових зображень на деформаційних полях дефектів є важливим завданням X -променевої інтерферометрії і є важливим підґрунтями для подальшої розробки нових підходів та методів визначення параметрів пружної деформації реальних монокристалів.

1.1. Прикладні застосування LLL -інтерферометрії

Перші схеми X -променевих LLL -інтерферометрів розроблені У. Бонзе і М. Хартом [1, 2]. Дані системи в основному виготовлялися із монокристалів Si , шляхом здійснення одного або двох прорізів, в результаті чого отримували дві, три плоскопаралельні пластини, розміщені на спільній основі.

Важливим практичним застосуванням X -променевої інтерферометрії є реєстрація явища трансляційного муару [1-13]. Реєстрація трансляційного муару у [26] Деслеттером за допомогою системи із трикристального X -променевого та додаткового оптичного інтерферометрів дозволила проводити абсолютні визначення лінійних розмірів до 50 мкм з похибкою на рівні одного ангстрема.

Наразі X -променева інтерферометрія має важливе практичне застосування в метрології [27-33], зокрема, для визначення постійної Авогадро. Вважається, що існуючий еталон кілограма може стати артефактом, оскільки є можливість замінити більш точним базовим атомним стандартом мас. З однієї сторони маса може бути отримана добутком числа атомів у кожній комірці на їх середню масу. З іншої сторони можна використати високодосконалий кристал, в якому молярний об'єм є інваріантним і через об'єм елементарної комірки і мікроскопічну густину розрахувати необхідну масу. Отримане у [29, 31] за допомогою методу трикристальної LLL -інтерферометрії значення

постійної Авогадро $N_A = 6,0221335(30) \cdot 10^{23}$ моль⁻¹, при цьому середня похибка вимірювання становила $\Delta d \sim 1 \cdot 10^{-8}$ Å.

На рис.1.1.1 наведені типові схеми інтерферометрів, а також геометрія ходу променів [8-14, 21], зокрема: трикристальні інтерферометри Лауе на спільній основі; інтерферометри із роздільними кристалами; із подвійним бреггівським відбиванням, а також комбіновані інтерферометри (Брегг-Лауе). Дані системи, в основному, виготовляються із високодосконалих кристалів кремнію та кварцу.

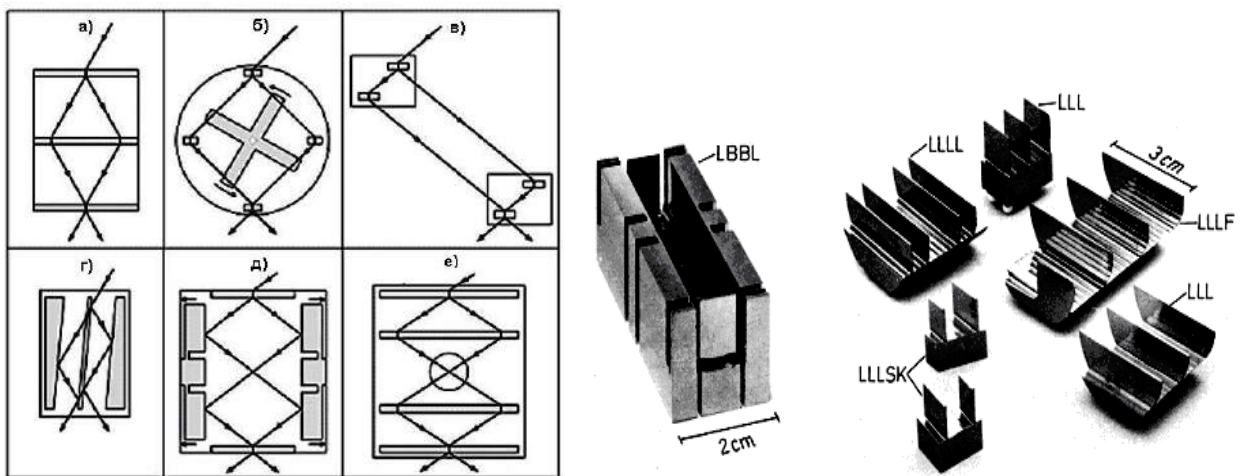


Рис. 1.1.1. Схеми різних за призначенням інтерферометрів (ліворуч): а) *LLL* симетричний; б) такий же, але інша схема ходу променів; в) асиметричний *LLL*, виготовлений з двох окремих кристалів; г) *LBBBL*; д) *LBBL*; е) *LLLL* [21]. Праворуч – приклади реальних інтерферометрів [8]

Для практичних прецизійних досліджень важливо розділяти лінії $\text{CuK}_{\alpha 1,2}$ -дублету X -променів [21]. Це забезпечується наявністю у інтерферометричній схемі додаткових блоків зміщення, що забезпечують зміну різниці ходу для даного випромінювання.

Найбільш точне значення міжплощинної відстані визначене в роботі [32]: $d_{220} = 1,92015569$ Å, при $\Delta d = \pm 3 \cdot 10^{-9}$ Å. При цьому одна із пластин інтерферометра зміщується на відстань до п'яти сантиметрів [32].

Найбільш ефективною схемою є комбінація X -променевого і оптичного

інтерферометрів, яка представлена на рис.1.1.2. Вона складається із трьох частин, вирізаних в такий спосіб, що кристалічні площини (220) є ортогональними до пластин інтерферометра. Коли кристал-аналізатор переміщується в перпендикулярному напрямку до площини (220), спостерігається періодична зміна інтенсивності дифрагованого X -випромінювання.

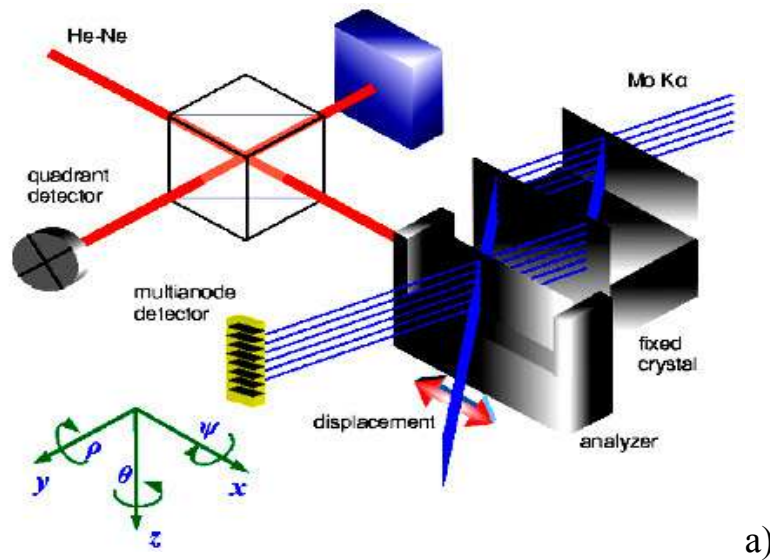


Рис. 1.1.2. Комбінація X -променевого і оптичного інтерферометрів [26, 27]

Аналіз X -хвильового інтерференційного зображення дає змогу визначити відношення – $n/m = 1648,28$, з якого період інтерференційних смуг визначається з великою точністю, що є достатнім для визначення номера площини ґратки і зміщення аналізатора. Визначення періоду ґратки задається співвідношенням:

$$d_{220} = \frac{m}{n} \cdot \frac{\lambda_0}{2},$$

де n і m – кількість інтерференційних смуг X -хвильового і оптичного випромінювань, $\lambda_0/2$ – період оптичної інтерференційної смуги [32].

В роботі [40] за допомогою комбінованої оптичної і X -променевої інтерферометрії досліджено вплив поверхневого тиску на міжплощинні віддалі d_{220} кристалу кремнію. Встановлено, що поверхневий тиск не призводить до суттєвої зміни періодів ґратки зразка в цілому та на його поверхні.

При врахуванні всіх можливих експериментальних факторів для кристалу Si найбільш точне значення середнього періоду міжатомних площин $d_{220} = 1,920155508$ (12) Å визначене у роботі [33].

Метод X -променевої LLL -інтерферометрії ефективно використовується для прецизійного визначення густини біологічних речовин. Для визначення показників заломлення речовин об'єкт (тверде тіло або призма з рідиною) розміщують між блоками інтерферометра і визначають зміну періодів муарових картин [56]. На сьогодні допомогою LLL -інтерферометрії визначено показники заломлення великої кількості органічних і неорганічних матеріалів [50, 56-58].

Слід відзначити дослідження впливу неоднорідності розподілу густини речовини на інтерференційне X -хвильове зображення за допомогою X -променевого інтерферометра з клином між першим і другим блоком [56, 57]. Серед об'єктів досліджень були зразки кремнію, пластмаси, ебоніту, графіту, кварцу, паперу.

В роботах [59-62] для Cu, Ni, Ge, і GaAs отримані показники заломлення поблизу K -краю поглинання. Виміряні показники заломлення NaCl, KCl, GaF₂ і Si, визначена функції атомного розсіяння, а також дисперсійні поправки $\Delta f'$ в широкій області довжин хвиль.

За допомогою X -променевої інтерферометрії проведена неруйнівна візуалізація артефактів у твердих породах[42]. Використовуючи стереографічні пари X -хвильових зображень можна досить точно визначити ($\sim 0,5$ мм) місцеположення включень усередині гірських порід.

Детальний опис практичного застосування різних схем X -променевих інтерферометрів наведено в оглядових роботах [1-3, 78, 80].

Водночас, проблема структурної досконалості існуючих матеріалів, з яких, як правило, виготовляються X -променеві інтерферометри (в першу чергу Si) створює і на сьогодні певні складності.

1.2. Основні співвідношення

В даному розділі представлені основи теорії формування інтерференційних зображень в одно- і трикристальній інтерферометрії та алгоритм їх розрахунку. Використано ейкональне двоххвильове наближення, в якому вектор дифракції є функцією просторових координат і відіграє роль повільно змінного показника заломлення в оптиці [75-78, 81].

Муарові зображення деформаційних полів, які виникають при наявності в кристалах протяжних або локальних полів є досить складними і різноманітними внаслідок взаємодії у кристалі восьми хвильових полів (при врахуванні двох σ - та π -поляризацій) [82]. Якщо дві перші пластини інтерферометра досконалі і досить товсті ($\mu t > 4$), то хвильові поля, пов'язані з π -поляризацією, до уваги можна не брати, а сформовані хвильові пакети вважати когерентними, плоскими і монохроматичними, зміни їх фаз за величиною однаковими, але протилежними за знаком.

Якщо в одному з компонентів інтерферометра (рис.1.2.1) існують порушення ідеальності кристалічної ґратки, то це призводить до локальної зміни вектора дифракції \vec{H} на $\vec{H} + \Delta\vec{H}$, як наслідок, до зміни розподілу інтенсивності R_0 і R_h пучків у площині розсіяння і формування відповідної геометрії інтерференційної картини. При цьому принципове значення має різниця фаз φ , з якою хвилі E_{hh} та E_{oh} приходять на поверхню кристала-аналізатора (рис.1.2.1). Знаючи різницю фаз φ та зміну періодів муарових смуг Λ , можна досліджувати вплив тих чи інших факторів на формування інтерференційного хвильового поля.

Зауважимо, що теорія Джіверса [83], розвинена для дифракції електронів, може бути застосовна і для розсіяння X -променів у разі симетричних відбивань. Тоді інтерференційне хвильове поле, яке формується на виході з аналізатора [76, 77, 84], матиме вигляд:

$$R_h = E_{0h}^I E_{0h}^{I*} = (E_0^{\text{II}} e^{i\varphi_1^{\text{II}}} + E_h^{\text{I}} e^{i\varphi_2^{\text{I}}}) (E_0^{\text{II}*} e^{-i\varphi_1^{\text{II}}} + E_h^{\text{I}*} e^{-i\varphi_2^{\text{I}}}), \quad (1.2.1)$$

$$R_0 = E_{0h}^{\text{II}} E_{0h}^{\text{II}*} = (E_0^{\text{I}} e^{i\varphi_1^{\text{I}}} + E_h^{\text{II}} e^{i\varphi_2^{\text{II}}}) (E_0^{\text{I}*} e^{-i\varphi_1^{\text{I}}} + E_h^{\text{II}*} e^{-i\varphi_2^{\text{II}}}), \quad (1.2.2)$$

де $E_0^{\text{I}} = E_0^S E_h^M E_0^A$, $E_h^{\text{I}} = E_h^S E_h^M E_h^A$, $E_0^{\text{II}} = E_h^S E_0^M E_0^A$, $E_h^{\text{II}} = E_0^S E_h^M E_h^A$,

$\varphi_1^{\text{II}} = \varphi_0^S + \varphi_h^M + \varphi_0^A$, $\varphi_2^{\text{I}} = \varphi_h^S + \varphi_h^M + \varphi_h^A$, $\varphi_2^{\text{II}} = \varphi_h^S + \varphi_h^M + \varphi_0^A$, $\varphi_1^{\text{I}} = \varphi_0^S + \varphi_h^M + \varphi_h^A$,

результуючі хвильові поля уздовж напрямків I і II після дифракцій відбивання і заломлення (індекси 0 і h , відповідно) в пластинках S , M і A LLL -інтерферометра (рис.1.2.1). Знак «*» – комплексно спряжена величина.

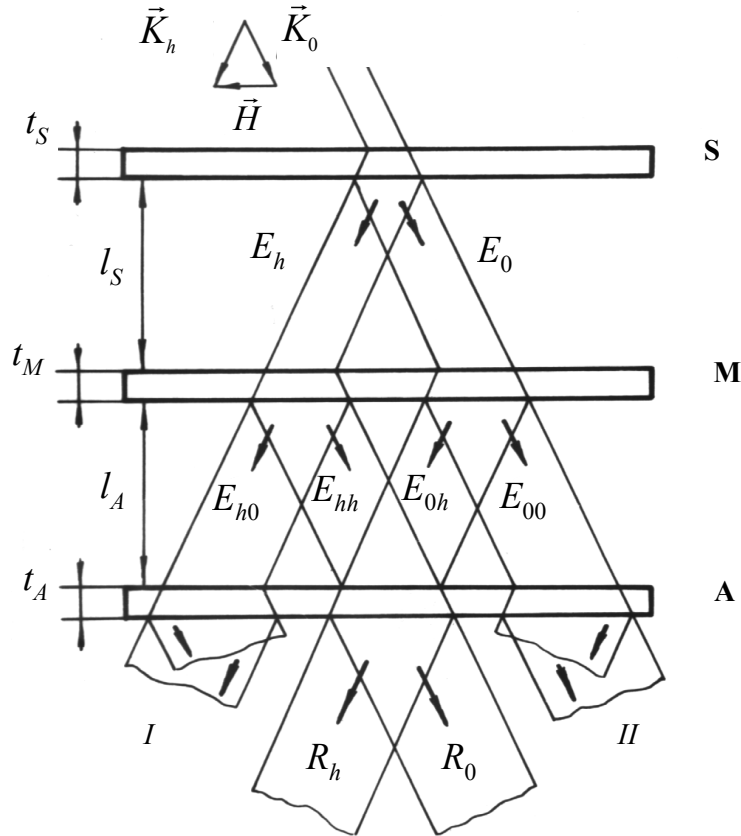


Рис.1.2.1. Схема X-променевого LLL -інтерферометра: S – розщеплювач, M – дзеркало, A – аналізатор [1, 10]

Для спрощення розрахунків можна вважати, що після проходження перших двох пластин інтерферометра в кристалі-аналізаторі A накладаються лише дві плоскі когерентні хвилі рівної інтенсивності:

$$(E_h^S E_0^M)(E_h^S E_0^M)^* = (E_0^S E_h^M)(E_0^S E_h^M)^* \text{ або } R_h^S R_0^M = R_0^S R_h^M .$$

Тоді розподіл інтенсивності, який виникає в аналізаторі інтерферометра, можна описати наступною суперпозицією хвильових полів

$$\begin{aligned} R_h &= R_0^A(-\vec{H}) + R_h^A(\vec{H}) + \\ &+ \operatorname{Re}(E_0^A(-\vec{H})E_h^{A*}(\vec{H}) + E_h^A(\vec{H})(E_0^{A*}(-\vec{H}))) \cos(2\pi\varphi) + \\ &+ \operatorname{Im}((E_0^A(-\vec{H})E_h^{A*}(\vec{H}) + E_h^A(\vec{H})(E_0^{A*}(-\vec{H}))) \sin(2\pi\varphi), \end{aligned} \quad (1.2.3)$$

$$\begin{aligned} R_0 &= R_0^A(\vec{H}) + R_h^A(-\vec{H}) + \\ &+ \operatorname{Re}(E_0^A(\vec{H})E_h^{A*}(-\vec{H}) + E_h^A(-\vec{H})(E_0^{A*}(\vec{H}))) \cos(2\pi\varphi) + \\ &+ \operatorname{Im}((E_0^A(\vec{H})E_h^{A*}(-\vec{H}) + E_h^A(-\vec{H})(E_0^{A*}(\vec{H}))) \sin(2\pi\varphi), \end{aligned} \quad (1.2.4)$$

де $\varphi = \varphi^I - \varphi^II$ – різниця фаз, що набігає вздовж одного з напрямків I або II.

Оскільки, найважливішою умовою для утворення муарової картини є взаємна когерентність розсіяних хвиль, то дефекти структури і макродеформації в пластинах інтерферометра можуть суттєво впливати на вигляд інтерференційних зображень [64-66, 70].

У слабо деформованих кристалах, або на значній відстані від джерела деформації (наприклад, ліній дислокацій), амплітуди $E_{0,h}$ хвильових полів повільно змінюються і формування муаровою картини пов'язано, в основному, з їх фазовою невідповідністю. Це дозволяє використати так зване ейкональне наближення теорії Като [85], в якій вектор дифракції \vec{H} є функцією просторових координат і грає роль повільно змінюваного показника заломлення. У цьому випадку розмір неоднорідності L перевищує екстинкційну довжину Λ_{ex} . Такий підхід дозволяє виділити в амплітудах E_0 і E_h швидко змінні фазові множники [86]:

$$\hat{E} = \begin{pmatrix} E_0 \\ E_h \end{pmatrix} = e^{iS^+(x,z)} \hat{E}^+(x,z) + e^{iS^-(x,z)} \hat{E}^-(x,z), \quad (1.2.5)$$

де S^+ , S^- – два ейконали (фази), що відповідають двом різним гілкам дисперсійної поверхні.

Для знаходження комплексних амплітуд хвиль $E_{0,h}^\pm$ на виході з криста-

ла-аналізатора використовуємо систему рівнянь Такагі [87], яку після підстановки (1.2.5), можна представити у вигляді:

$$(\hat{D}_s + \hat{D})\hat{E} = \hat{0}, \quad (1.2.6)$$

де

$$\hat{D}_s = \begin{pmatrix} -\left(\frac{\partial S}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial z}\right) & \tilde{\chi} \\ \tilde{\chi} & \left(\frac{\partial S}{\partial x} - \frac{\partial S}{\partial z}\right) - 2\alpha(\vec{r}) \end{pmatrix},$$

$$\hat{D} = \begin{pmatrix} i\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x}\right) & 0 \\ 0 & i\left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial x}\right) \end{pmatrix}, \quad (1.2.7)$$

$$\tilde{\chi} = |C|(\chi_h \chi_{\bar{h}})/2,$$

$$\alpha(\vec{r}) = \alpha_0 - 2\left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial x}\right)(\vec{H}\vec{U}(\vec{r})), \quad (1.2.8)$$

де α_0 – характеризує розорієнтацію кристалу як цілого, \vec{H} – вектор дифракції, $\vec{U}(\vec{r})$ – поле зміщень.

Співвідношення (1.2.8) описує так звану функцію локальних розорієнтацій атомних площин. Перша складова у (1.2.8) характеризує зміну міжплощинної відстані вздовж вектору \vec{H} , друга – описує згин площин відбивання. При малих кутах θ більш суттєвий вплив має кривизна дифракційних площин.

Для опису хвильового поля всередині однієї з пластин інтерферометра використаємо наближення [88]

$$\chi_h^A = \chi_h \exp[-2\pi i(\vec{H} + \Delta\vec{H}, \vec{r} + \Delta\vec{r})], \quad (1.2.9)$$

де $\Delta\vec{r}$ описує зсув або поворот атомних площин, χ_h – коефіцієнт Фур'є-поляризованості.

Якщо $\vec{H}\Delta\vec{r} = -(\vec{r}\Delta\vec{H})$, то в (1.2.9) аргумент функції $(\vec{H} + \Delta\vec{H}, \vec{r} + \Delta\vec{r})$ можна замінити на $(\vec{H}\Delta\vec{r}) + (\vec{r}\Delta\vec{H})$ [65].

Існування нетривіального розв'язку $\hat{D}_s \hat{E} = \hat{0}$ вимагає, щоб детермінант матриці \hat{D}_s був рівний нулю. У розгорнутому вигляді ця умова для S^+ і S^- є рівнянням у частинних похідних першого порядку [86]:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial z} + \alpha(\vec{r})/4 \right)^2 - \left(\frac{\partial S}{\partial x} - \alpha(\vec{r})/4 \right)^2 = \tilde{\chi}^2 / 4. \quad (1.2.10)$$

Рівняння (1.2.10) аналогічно одновимірному релятивістському рівнянню Гамільтона-Якобі для частки масою $\pm \tilde{\chi}$ у змінному зовнішньому полі, тобто:

$$\pm \frac{\tilde{\chi}}{2} \frac{d}{dz} \left(\frac{dx/dz}{[1 - (dx/dz)^2]^{1/2}} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{d^2}{dz^2} - \frac{d^2}{dx^2} \right) (\tilde{H}\tilde{U}(\vec{r})).$$

Відмінність полягає в тому, що коефіцієнт $\tilde{\chi}$ є комплексна величина ($\tilde{\chi} = \chi - i\gamma$), тому траєкторії та S^+ і S^- також комплексні.

Фізично це обумовлено затуханням хвильового поля в кристалі. У разі довільних χ і γ рівняння (1.2.10) переходить у систему двох нелінійних рівнянь щодо дійсної та уявної частин ейконалу $S = s + iq$. Оскільки, для хвиль $s > q$, то уявна складова ейконалу незначна у порівнянні з її дійсною складовою.

Використовуючи відомий метод теорії збурень та опускаючи громіздкі викладки, отримаємо рівняння, які за певних граничних умов для хвиль E_0 і E_h на вхідній поверхні кристала дозволяють визначити в нульовому і першому наближеннях зміну амплітуди поля уздовж траєкторії [86]:

$$\hat{E} \approx \sum_{\delta=1,2} e^{i \frac{\chi h}{2} S^{(\delta)}} (\hat{E}^{(\delta,0)} + \hat{E}^{(\delta,1)}). \quad (1.2.11)$$

У загальному випадку фаза дифрагованого інтерференційного пучка пов'язана з фазою структурної амплітуди брегівських відбивань [89]. Якщо відбивні площини деформовані, то ефективна фаза структурної амплітуди локально модифікується [11, 88]. Коли така дифрагована хвиля в кристалі на-

кладається з іншою хвилею (рис.1.2.1), то локальні зміни інтенсивності спостерігаються уздовж перетину пучка. Отримане дифракційне зображення буде відображенням розподілу локальних спотворень ґратки [11].

Фазовий множник φ , який залежить від зміщення атомів $\vec{U}(\vec{r})$ із своїх положень, приймає вигляд [90, 91]:

$$\varphi = 2\pi(d\vec{H}\vec{r}) - \pi k\chi_0 \left(\frac{1}{\gamma_n} - \frac{1}{\gamma_0} \right) t + \Phi, \quad (1.2.12)$$

$$\Phi = \frac{y_h}{\sqrt{1+y_h^2}} \operatorname{tg} A \sqrt{1+y_h^2},$$

$$y_h = \frac{\Delta\theta \sin 2\theta}{C \sqrt{\chi_h \chi_{\bar{h}}} \sqrt{\gamma_0/\gamma_h}}, \quad A = \frac{\pi K C t \sqrt{\chi_h \chi_{\bar{h}}}}{\sqrt{\gamma_0 \gamma_h}}.$$

Для симетричних відбивань (1.2.12) приймає вигляд

$$\varphi = 2\pi[(\Delta\vec{H}\vec{r}) + \varphi_0]. \quad (1.2.13)$$

Цей вираз є аналогічним величині $2\omega(x-x_0)/\Lambda$, якщо $\Delta\vec{H}$ є постійною, тобто не залежить від \vec{r} . Такий випадок можна реалізувати, якщо в одне із плеч інтерферометра ввести клиноподібний об'єкт, або, якщо є зміна періоду ґратки d на постійну величину Δd (1.2.12) [92]:

Фазове зміщення (1.2.13) зумовлює утворення муарових смуг. Зміна фази на π повторює максимальну зміну інтенсивності та являється результатом зміни періоду ґратки на d_{hkl} (наприклад, $d_{hkl} = 0,1$ нм для (220) Si [11]). Місцеположення областей рівної інтенсивності характеризується співвідношенням $d\vec{H}\vec{r} = \text{const}$. Це значить, що площини, від яких дифрагує випромінювання є перпендикулярними до $d\vec{H}$, тобто вони є слідами перетину з входною поверхнею кристалу [91]. Відстань між двома смугами задається виразом $\Lambda = \frac{1}{|dH_z|}$, де $d\vec{H}$ – зміна вектору оберненої ґратки.

Якщо кристал ідеальний, то $\vec{H}\vec{r} = N = \text{const}$ – рівняння групи відбиваючих площин. Диференціюючи його отримаємо:

$$\vec{H} \cdot d\vec{r} + d\vec{H} \cdot \vec{r} = 0, \quad (1.2.14)$$

де $d\vec{r} = \vec{U}$ – вектор зміщення атомів в одному із кристалів інтерферометра.

На практиці, як правило, аналіз експериментальних муарових картин зводиться до визначення планарної зміни періодів муарових смуг за допомогою простих геометричних співвідношень [69]. Розглядають три характерних випадки залежності періоду смуг Λ муару від величини вектору $\Delta\vec{H}$ [11, 92, 93].

У випадку дилатаційного муару змінюється лише модуль \vec{H} , тобто ґратка одного з кристалів стиснута або розтягнута:

$$\Lambda_D = \frac{1}{|\Delta H_D|} = \frac{1}{1/d_1 - 1/d_2} = \frac{d_1 d_2}{d_2 - d_1} \cong \frac{d}{\Delta d/d}. \quad (1.2.15)$$

У випадку ротаційного муару змінюється лише напрямок \vec{H} на кут δ , а абсолютна величина \vec{H} залишається постійною

$$\Lambda_R = \frac{1}{\Delta H_R} = \frac{1}{(1/d)2 \sin \delta/2} = \frac{d}{\delta}. \quad (1.2.16)$$

Для змішаного муару – $\Delta\vec{H} = \Delta\vec{H}_D + \Delta\vec{H}_R$, тобто \vec{H} змінюється за величиною і за напрямком [11, 93]:

$$\frac{1}{\Lambda_M} = \sqrt{\left(\frac{1}{\Lambda_D}\right)^2 + \left(\frac{1}{\Lambda_R}\right)^2}. \quad (1.2.17)$$

Смуги дилатаційного муару паралельні до напрямку брегівської площини, а для ротаційного – перпендикулярні.

З наведених співвідношень (1.2.13)-(1.2.17) слідує, що період Λ не залежить від довжини X -хвилі. Період муару завжди зменшується при переході до вищих порядків відбивань, оскільки структурні амплітуди зменшуються [82].

Якщо поле зміщень дефекту $\vec{U}(\vec{r})$ складним чином залежить від \vec{r} , то фаза ϕ , що набігає вздовж одного з шляхів поширення хвильового поля, визначається (1.2.13) і не володіє парністю до зміни напрямку вектору дифрак-

ції \vec{H} [2, 82, 93].

У загальному випадку розсіяння X -променів на дефектах у кристалах та формування дифракційного контрасту описується системою диференціальних рівнянь гіперболічного типу, що отримали назву рівнянь Такагі [87]. По виду функції, яка описує (1.2.8) локальні розорієнтації $\alpha(\vec{r})$ відбивних площин поблизу дефектів, можна розрахувати хвильові поля всередині кристала і побудувати їх дифракційні зображення. Однак це не завжди можливо описати аналітичними методами. Тому, як правило, використовуються чисельні методи розв'язку рівнянь Такагі [88, 89, 94, 95].

Для нашого випадку величиною локального навантаження P можна створювати такі області спотворень, у межах яких значення $|\delta\alpha(\vec{r})|$ можна змінювати від нуля до значень, що значно переважають значення півширини кривої гойдання W . Це дозволяє утворювати області різного ступеню спотворень і, отже, більш повно аналізувати динаміку і механізми виникнення муарових картин для випадків наявності структурного та фазового муару.

При дії зосередженого навантаження P_d на півбезмежне середовище уздовж координати z поле атомних зміщень описується співвідношенням [96]:

$$\vec{U}(\vec{r}) = \frac{P_d}{r} \left[\left(\frac{xz}{r^2} - (1-2\nu) \frac{x}{(r+z)} \right) \vec{i}_x + \left(\frac{yz}{r^2} - (1-2\nu) \frac{y}{(r+z)} \right) \vec{i}_y + \left(\frac{z^2}{r^2} - 2(1-\nu) \right) \vec{i}_z \right], \quad (1.2.18)$$

де $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, \vec{i}_x , \vec{i}_y , \vec{i}_z – одиничні орти осей координат, ν – коефіцієнт Пуассона.

Співвідношення (1.2.18) дозволяє вибором величин навантаження P_d та їх розміщення на поверхні кристала моделювати поля пружних напружень від джерел залишкових деформацій, які можуть виникати в разі наявності мікроподряпин або при утворенні дислокаційних скупчень.

1.3. Фазоконтрастна інтерферометрія

Метод X -променевого фазового контрасту (ФК) ефективно використовується для дослідження внутрішньої структури слабопоглинаючих медико-біологічних об'єктів [35-41]. Основною цього методу є аналіз контрасту зображення, яке утворюється в наслідок зміни фази X -хвилі після проходження через об'єкт. На сьогодні відомі два методи отримання фазоконтрастних зображень. У першому випадку за допомогою кристала-аналізатора, встановленого в області дифракційного відбивання, досліджується неоднорідний кутовий розподіл інтенсивності [35-37, 40]. Основою методу є явище заломлення X -променів в об'єкті. При цьому кути заломлення складають лише декілька кутових секунд, які, проте співрозмірні із значенням півширини кривої дифракційного відбивання [35]. Це забезпечує високу ступінь контрасту ФК-зображень (до 50-100%). Водночас, абсорбційний метод не є ефективним для м'яких тканин медико-біологічних об'єктів [38].

У другому методі детектор встановлюється у ближній області дифракції Френеля, тобто на деякій віддалі від досліджуваного об'єкта [36, 39]. Зображення об'єкта формується в результаті інтерференції висококогерентного падаючого і розсіяного об'єктом випромінювання.

У роботах [35-39] представлена схема X -променевого тальботівського інтерферометра, яка дозволила реалізувати новий метод X -променевого формування фазових зображень. У цьому методі використовуються так звані пропускаючі ґратки для генерування диференціального фазового контрасту (рис.1.3.1). Ґратки розташовуються на одній вісі на певній відстані, яка визначається довжиною X -хвилі λ і періодом ґратки d . Результат заломлення після проходження зразка, який розташований перед першою ґраткою, спостерігається за другою ґраткою (рис.1.3.1). Принцип формування фазового контрасту описано в [36, 37]. Інформаційне тривимірне формування зображень об'єкта у X -променевій тальботівській фазовій томографії досягається шляхом вимірювання диференціального фазового зсуву.

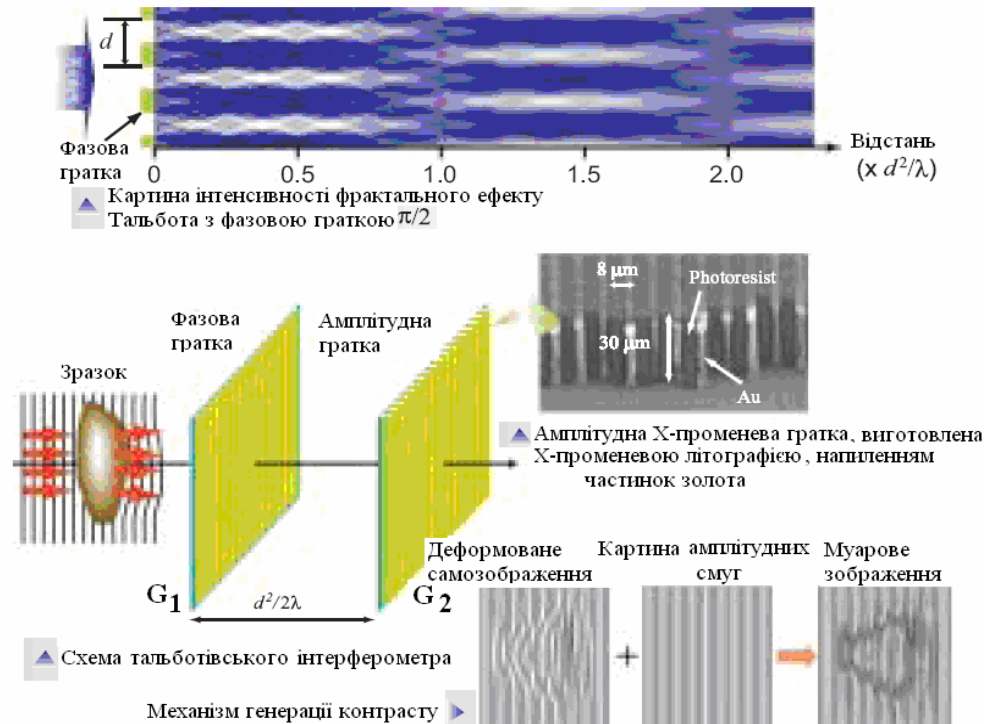


Рис. 1.3.1. Схема X-променевого тальботівського інтерферометра [35]. Гратки G_1 і G_2 , забезпечують появу ефекту Тальбота. Після проходження через об'єкт перед граткою G_1 інтерференційне контрастне зображення виникає на екрані внаслідок набігання фази після гратки G_2

У праці [36] наведено приклади практичного використання даного методу, зокрема, отримано зображення враженої раковою пухлиною тканини кролячої печінки (ефективний розмір пікселя $\sim 3,14$ мкм). Ракове ураження тканини виявляється за контрастом, який світліший за контраст від нормальної тканини печінки. Просторове розділення контрасту зображення складало 15 мкм. На фазовій томограмі оцінена границя у виявленні зміни густини ($\sim 1,3$ мг/см³).

У праці [34] запропоновано новий тип X-променевого інтерферометра із використанням системи білінз, що складаються з двох паралельних, складених заломлюючих лінз, кожна з яких створює дифрагований пучок при опроміненні когерентним пучком (рис.1.3.2). За допомогою даних систем генерується X-хвильове періодичне інтерференційне поле, період якого може змінюватися від десятків нанометрів до десятків мікрометрів, тим самим за-

повнюється проміжна область використання між кристалічними та ґратковими інтерферометрами [34].

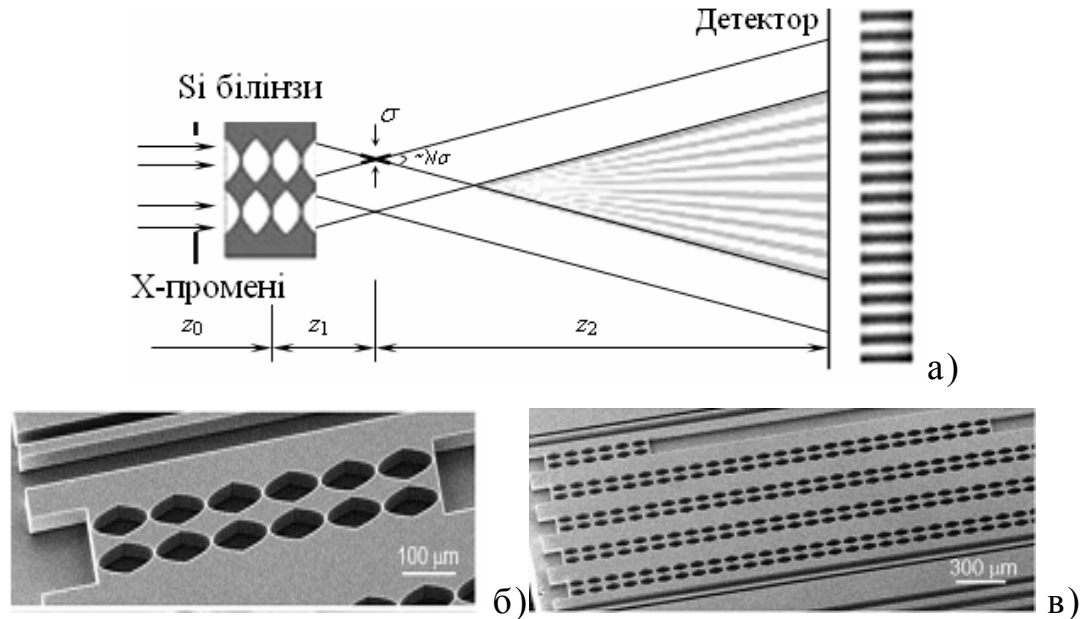


Рис. 1.3.2. Схема X -променевого білінзового інтерферометра (а). Скануючий електронний мікроскоп-мікрограф з однічною кремнієвою білінзою, що складається з 6 окремих параболічних лінз (б). Загальний вигляд системи п'яти білінз, сформованих на одній підкладинці (в)

Білінзовий інтерферометр на рис.1.3.2 створює два когерентних пучки, які спочатку розділяються у просторі, а потім накладаються для отримання інтерференційної картини. Внаслідок розділення пучків, в один з них легко можна ввести досліджуваний зразок [97]. Будь-яка взаємодія з такими пучками призводить до суттєвих змін в інтерференційній картині, що дає можливість з високою роздільною здатністю зі зміненої фази нової картини отримувати інформацію про об'єкт. Білінзовий інтерферометр можна використати для діагностики когерентності випромінювання на існуючих синхротронах. Кремнієві білінзи є стійкими до гранично потужних пучків і відносно низько чутливими до механічних вібрацій.

В роботі [97, 98] представлена перспективна фазочутлива X -променева методика візуалізації об'єкту за допомогою даної схеми інтерферометра. Новизна методики полягає у скануванні зразка, який встановлюють перед одні-

єю з лінз (нижньою) X -променевого інтерферометра. Реєструється зміна інтерференційної картини за допомогою CDD детектора з високою роздільною здатністю. Запропонований підхід дозволяє отримати абсолютне значення профілю фазового зсуву зразка з досить високою фазовою та просторовою роздільною здатністю. Розроблено також теоретичні підходи аналізу експериментально отриманих зображень тестових зразків (волокон різного розміру) з використанням синхротронного випромінювання. За допомогою комп'ютерного моделювання проведена відповідна реконструкція профілю фазового зсуву.

В роботі [99] для дослідження біологічних зразків представлена перспективна система ґраткового інтерферометра, яка була встановлена в X -променевому мікроскопі, оснащеному системою візуалізації фазового контрасту Zernike. Система ґраткового інтерферометра базується на інтерферометрії Лауе, що складається з ґратки поглинання та фазової ґратки $\pi/2$, яка дає збільшену карту фазового зсуву зразка за допомогою вимірювання фазового кроку. Система фазового контрасту Zernike формує фазово-контрастне зображення за допомогою фазової пластини та відповідного конденсаторного пристрою.

В роботі [100] запропоновано X -променевий амплітудно-розщеплюючий інтерферометр на основі складних рефракційних лінз, який працює в режимі відбивання. Ідея рефлектоінтерферометра полягає у використанні експериментальної установки, де сфокусований X -промінь, відбитий від паралельних плоских поверхонь, створює інтерференційну картину у широкому кутовому діапазоні. Основні особливості запропонованого підходу, висока просторова та часова роздільна здатність, були продемонстровані експериментально. Вивчено відбивання від окремо розміщених мембран Si_3N_4 , шарів золота та опору. Експериментально записані інтерферограми добре узгоджуються з моделюваннями. Обговорено основні переваги та можливі в майбутньому застосування рефлектор-інтерферометра.

1.4. Формування муарових зображень при дії зовнішніх чинників на пластини *LLL*-інтерферометра

Метод *X*-хвильового дифракційного муару знайшов широке застосування для визначення планарного розподілу деформації у кристалі, причому чуттєвість його збільшується із зменшенням деформації. Інтервал відносних деформацій знаходиться в межах від 10^{-4} до 10^{-8} .

Дослідження впливу різноманітних факторів на формування муарових зображень проведено в працях [43-78].

У праці [53] експериментально встановлено характер впливу постійних електричних і магнітних полів на формування муарових картин в кремнієвому *LLL*-інтерферометрі. Електричне поле змінює період і напрям муарових смуг. При великих значеннях напруженості електричних полів муарові картини взагалі зникають.

У високодосконалих монокристалах Si і Ge в процесі вирощування часто виникають скупчення вакансій, або домішкових атомів з кільцевим, зональним або рівномірним розподілом по об'єму кристалу. У праці [65] для монокристалів Si, які містять смуги росту, з допомогою трикристального інтерферометра досліджуються зміни періодів ґраток в області смуг росту. Шляхом розгляду різних моделей смуг росту отримано задовільну відповідність розрахованих зображень із експериментальними та кількісна оцінка величини деформації і напруги на межі смуга – досконалий кристал.

У праці [62] визначено енергію дефекту пакування зі зміщень муарових смуг, які виникають в кристалах кремнію після дії на нього зосередженої сили (мікросекундний удар лазерного променя або укол індентором).

Дією зосередженої сили на клиновидний аналізатор інтерферометра створювалися як слабо, так і сильно деформовані області [75, 78]. Поступова зміна величини прикладеної сили дозволяла керувати розмірами областей різної ступені деформації і давала можливість проводити більш повний аналіз динаміки формування дифракційного контрасту в слабко і сильно деформо-

ваних областях кристалу.

У працях [64, 69] поле деформації в першій пластині інтерферометра створювалося нанесенням подряпини за допомогою алмазного індентора. Дією зосередженої сили на клиновидний аналізатор інтерферометра моделювалися протяжні поля деформацій. Моделювання варіантів різного взаємного розташування і співвідношення величини джерел деформації проводилося вибором точки прикладання сил і зміною величини навантаження.

Проведені у праці [66] дослідження на початкових стадіях росту епітаксійної системи Si-Si показали, що об'єднання плівки і підкладки відбувається ізоморфно. На границі плівка-підкладка спостерігаються тільки незначні пружні деформації, а на межі розділу періоди муарових картин практично не змінюються. Компенсація напруг невідповідності, реалізується наявністю пружних деформацій, а також виникненням дислокацій невідповідності. Пружна деформація ґраток може бути виявлена за зміною періодів муарових смуг поблизу границь розподілу [69, 72].

У працях [68, 101, 102] було досліджено просторовий розподіл деформації при однорідному термопружному викривленні атомних площин. Температурний градієнт створювався в кристалі-аналізаторі з допомогою термоелемента, розміщеного на відстані 0,5 мм від поверхні аналізатора [69].

У праці [70] досліджено вплив ультразвукової поперечної стоячої хвилі, збудженої за допомогою п'єзоелементів в аналізаторі трикристального інтерферометра, на зміну муарових картин. Встановлено, що найбільші зміни у періодах муарових смуг відбуваються при частотах ультразвуку, близьких до частот X -променевого акустичного резонансу. В залежності від амплітуди ультразвукової хвилі можливе як збільшення, так і зменшення кута повороту атомних площин. Показано, що метод X -хвильового муару дозволяє визначити не тільки ступінь однорідності акустичного хвильового поля, але і дати оцінку локальному значенню його амплітуди в кожній точці кристалу.

У працях [64, 69, 101] на поверхні кремнієвого та германієвого аналіза-

торів інтерферометра наносилися подряпина алмазним індентором в певних кристалографічних напрямках. На представлених муарових картинах спостерігається дві системи еліпсоїдальних смуг, розділених в центрі подряпини. Протяжність подряпин становила 1 мм, навантаження на індентор 0,2 Н. З'ясовано, що релаксація полів деформації навколо механічних пошкоджень (відбитків і подряпин, лазерних пошкоджень) відбувається навіть за кімнатної температури, а також за температур відпалу від 473 К до 1073 К. Низькотемпературна релаксація є результатом зміщення атомів через ослаблення хімічних зв'язків, а високотемпературна є результатом руху дислокацій у площинах $\{111\}$ і напрямках.

У праці [76] наведені приклади розрахованих муарових картин для різних випадків дії зосередженої сили на аналізатор інтерферометра. В роботі [77] досліджено вплив слабких і сильних спотворень, утворених дією зосередженого навантаження – уколу, що діє на вхідну і вихідну поверхню кристала-аналізатора, на формування муарової картини. Виявлено, що, оскільки структурна складова фази не залежить від товщини, а деформаційна складова фази залежить, то, з ростом товщини кристалу її вплив на інтерференційну картину зменшується, як і вплив локальних розорієнтацій на амплітуди хвиль. Структурна складова фази вже значно переважає деформаційну. Зростає видимість структурних муарових смуг. Досліджено можливості X -променевої LLL -інтерферометрії в дослідженні нових дифракційних ефектів та встановленні взаємозв'язку між параметрами дифракційної картини і ступенем структурної досконалості кристалів.

Відзначимо, що теоретичні основи і результати моделювання муарових розподілів інтенсивності дозволять в повній мірі відтворити характер розподілу деформаційних полів в реальних кристалах, що може бути використано і для розв'язку обернених задач в X -хвильовій дифрактометрії.

В роботах [75, 77, 79] досліджено механізми формування муарових смуг у клиноподібному та плоскопаралельному кристалах-аналізаторах LLL -

інтерферометрів при дії зосередженої сили паралельно площинам дифракції. Показано, що в області слабких деформацій, подалі від точки прикладення сили, муарова картина відображає поле зміщень відбиваючих площин відносно своїх положень для ненавантаженого кристалу. В області значних деформацій, де сильно порушені фазові співвідношення між інтерферуючими пакетами хвиль формується топографічне відображення функції локальних розорієнтацій.

У випадку дії локальної зосередженої сили, направленої перпендикулярно до вихідної поверхні кристалу і вектору дифракції із побудованих перерізів функції локальних розорієнтацій $\alpha(\vec{r})$ слідує, що асиметрія $\alpha(\vec{r})$ на вихідній поверхні кристалу та в площині розсіяння визначається різною кількістю ліній нульових значень локальних розорієнтацій ротаційної і дилатаційної складових, а внесок ротаційної складової є визначальним [79].

1.5. Висновки до розділу 1

1. *X*-хвильова *LLL*-інтерферометрія відкриває широкий арсенал можливостей дослідження кристалічних структур. Даний метод дозволяє встановити основні структурні характеристики кристалічних, аморфних і біологічних об'єктів.

2. Експерименти із використанням модуляції фази, привели до удосконалення і розвитку методу *X*-променевої фазоконтрастної топографії, що дало можливість проводити числові розрахунки для вивчення дефектів, і напруг кристалічної ґратки, метрологічних досліджень біологічних зразків, де важливим є отримати зображення м'яких тканин товщиною декількох десятків мікрометрів. У новітніх методах дослідження точність діагностики структури становить $\Delta d \sim 3 \cdot 10^{-9}$ Å.

3. Метод дифракційного муару використовується для дослідження просторового розподілу деформацій, характеристик як окремих дислокацій, так і їх скупчень, напруг і полів зміщень. Даний метод має широке використання для визначення планарного розподілу деформації у кристалах, точність його збільшується із зменшенням деформації (інтервал визначення відносних деформацій становить від 10^{-4} до 10^{-8}).

Отже, дослідження закономірностей формування *X*-хвильових інтерференційних картин в аналізаторі *LLL*-інтерферометра, в якому створюється задане деформаційне поле, є важливим та актуальним завданням для подальшої розробки методів розв'язку обернених задач – встановлення з аналізу експериментальних муарових картин величини і просторового розподілу деформаційного поля, і як наслідок, визначення всіх компонент тензора деформацій, що є вже можливим в оптичній інтерферометрії.

В даній дисертаційній роботі ставились наступні завдання:

1. Розробка моделей із певним чином розподіленими наборами ЗН для дослідження впливу довгоперіодних або локалізованих деформаційних полів на дифракційні та інтерференційні процеси *X*- хвиль в *LLL*- інтерферометрах.

2. Розробка алгоритмів та програмного забезпечення з використанням двомірного прямого дискретного швидкого перетворення Фур'є для дослідження енергетичного спектру Фур'є муарового зображення від величини ЗН.

3. Дослідження впливу на формування муарових картин деформаційного поля, утвореного рядами із ЗН, які різняться величиною та розподілом навантажень.

4. Встановити взаємозалежність значень середніх просторових частот енергетичних спектрів муарових зображень та величини деформаційного поля, породженого сумарною дією ЗН.

5. Розробити алгоритм відтворення величини сумарного навантаження у рядах із ЗН за допомогою аналізу параметрів енергетичного спектру муарових зображень.

6. Дослідити ступінь чутливості до характеру розподілу локальних джерел деформацій у низько- та високочастотних діапазонах радіальних розподілів енергетичних спектрів муарових зображень.

7. Встановити особливості формування муарових картин, які виникають на деформаційних полях, утворених окремими рядами при заданих розподілах ЗН: паралельному, перпендикулярному та під кутом до вектору дифракції \vec{H}_{220} .

8. Дослідити взаємозв'язок змін в структурі муарових смуг МС при зміні відстані між джерелами деформацій, утворених окремими (паралельними або перпендикулярними) рядами із ЗН, а також на їх фрактальну спектральну розмірність.

РОЗДІЛ 2. ПРЯМІ ЗАДАЧІ В Х-ПРОМЕНЕВІЙ ТРИКРИСТАЛЬНІЙ LLL-ІНТЕРФЕРОМЕТРІЇ

2.1. Муарові картини у випадку дії різних за величиною локальних навантажень на вихідну поверхню аналізатора LLL-інтерферометра

Використовуючи вирази (1.2.11) для амплітуд хвильового поля E_0 і E_h , а також з огляду на співвідношення (1.2.3), (1.2.4), (1.2.6), (1.2.13) та (1.2.18) отримуємо змогу розрахувати муарові розподіли інтенсивності $R_h^A = R_h(x, y)$ при наявності різних структурних дефектів у пластинах інтерферометра, або в разі дії певним чином розподілених за величиною зосереджених навантажень на вихідну поверхню кристала-аналізатора LLL-інтерферометра [70, 76, 84, 103, 104].

На рис.2.1.1 наведена схема розміщення на вихідній поверхні аналізатора локальних навантажень P_N , а на рис.2.1.2 їх різні розподіли за величиною навантажень.

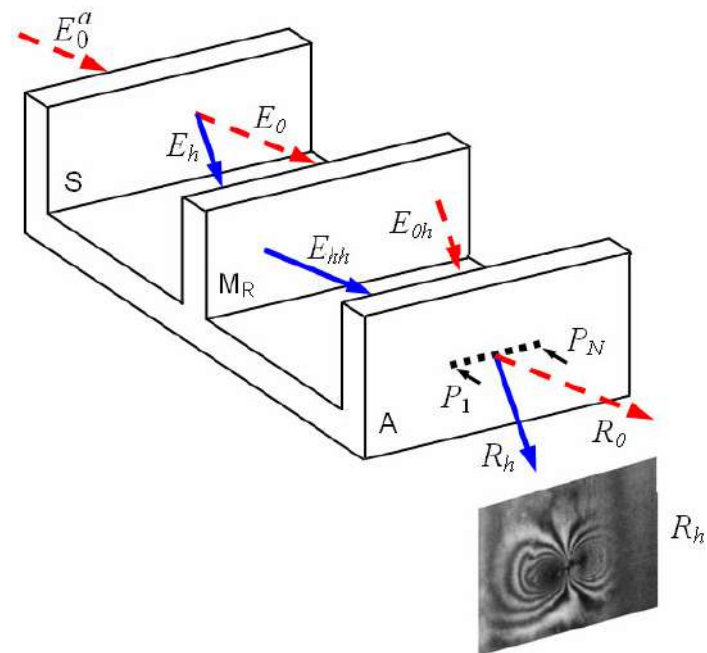


Рис. 2.1.1. Схема розміщення (рівномірного) локальних навантажень P_1-P_N у ряду на поверхні аналізатора LLL-інтерферометра [2]

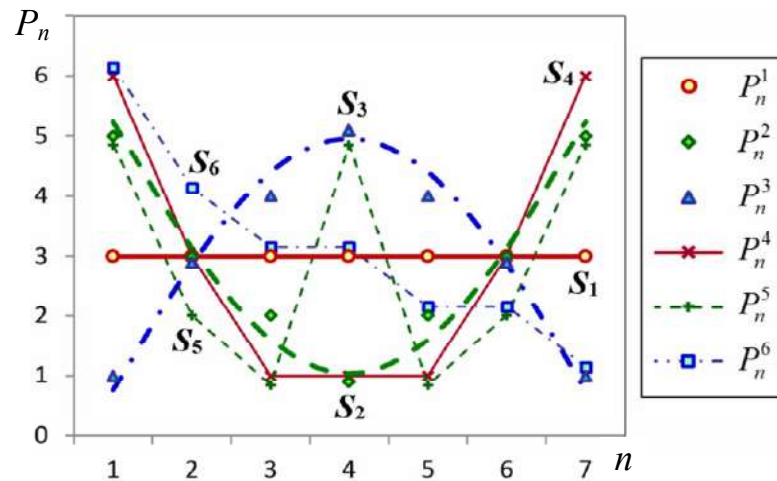


Рис. 2.1.2. Розподіли ЗН $P_n^1 - P_n^6$ (з формами $S_1 - S_6$) в рядах при сумарній $P_{NL}=147$; n – номер локального навантаження; маркерами позначені значення ЗН в рядах, для яких розраховані МЗ на рис.2.1.4-2.1.6, 2.1.9-2.1.15

На рис.2.1.3 наведено експериментальні муарові картини, які отримані в роботах [64, 84] внаслідок нанесення алмазним індентором мікроподряпин на вихідній поверхні кристала-аналізатора LLL -інтерферометра паралельно і перпендикулярно вектору дифракції \vec{H} . Навантаження на індентор не перевищувало 40 г. Орієнтація граней алмазної пірамідки, глибина вдавлення і зусилля при протягуванні підбиралися такими, щоб отримати пластичні мікроподряпини без крихкого руйнування. Допускалось, що при таких умовах у крихких кристалах Si і Ge при кімнатній температурі відбувається пластична деформація, в результаті якої в поверхневому шарі утворюються мікротріщини і дислокації зсуву [64, 72, 77]. Ситуація в даному випадку ускладнюється тим, що таке деформаційне поле не має аналітичного опису, крім того, необхідно також врахувати ефекти інтерференції E_{0h} і E_{hh} X -хвильових полів в аналізаторі, що виникають від різних деформованих областей кристалу.

Використовуючи вирази (1.2.11) для амплітуд хвильового поля E_0 і E_h в наближенні плоскої монохроматичної падаючої хвилі, на підставі співвідношень (1.2.3) і (1.2.4), для кристала Si (відбивання (220) $CuK_{\alpha 1}$ -випромінювання) на рис.2.1.3-рис.2.1.11 розраховано муарові розподіли інте-

нсивності $R_h^A = R_h(x, y)$ для випадку дії на вихідну площину кристала-аналізатора, паралельно, а на рис.2.1.15 – перпендикулярно вектору \vec{H} , семи рівномірно розташованих у ряду (рис.2.1.2) зосереджених навантажень через 400 мкм.

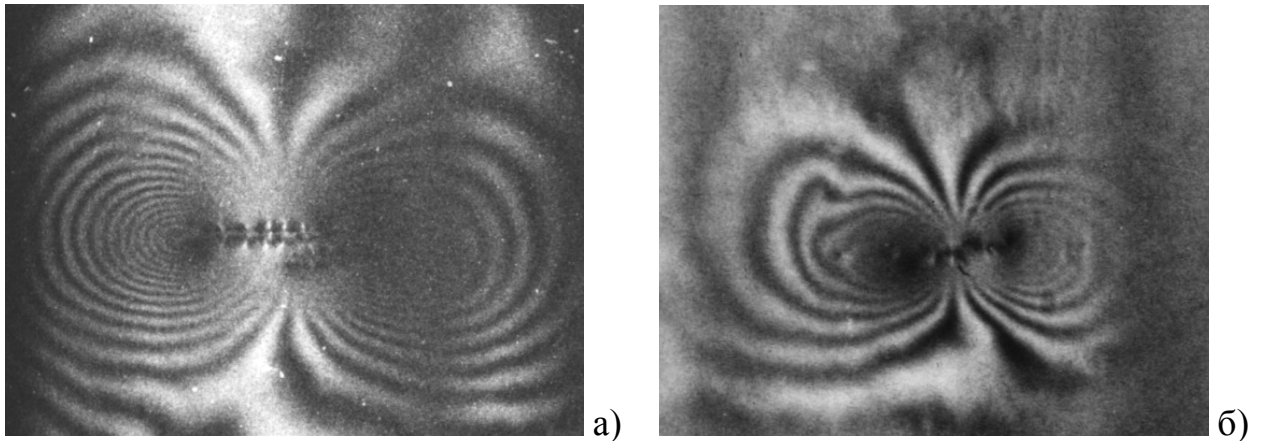


Рис. 2.1.3. Експериментальні муарові зображення подряпин, утворених інденктором вздовж напрямку $[\bar{1}10]$ на вихідній поверхні аналізатора LLL -інтерферометра (лінія подряпини паралельна \vec{H}_{220}) [64, 84]: без фазового муару; Si (111), $L = 1$ мм, $P_d = 0,4$ Н (а), при наявності структурного муару (б). Відбивання (220) $\text{CuK}_{\alpha 1}$ -випромінювання

Значення суми навантажень P_{NL} (у відносних одиницях) відповідає сумі навантажень P_d (у Н), наприклад, для $P_{NL} = 100$ значення $P_d = 0,08$ Н, що відповідає області слабких деформацій [76, 104]. Взаємозв'язок суми навантажень P_{NL} та P_d описується співвідношенням [76, 103, 104]:

$$P_d = \frac{P_{NL} 2\pi G}{\sin \theta \vec{H}}, \quad (2.1.1)$$

де θ – кут Брегга для відбивання X -променів (наприклад, для (220) CuK_{α} -випромінювання), G – модуль зсуву, \vec{H} – вектор дифракції.

Слабкими (незначними) за величиною деформаціями, для яких ще можна використовувати співвідношення (1.2.11), вважатимемо такі $\delta\alpha(\vec{r})$, для яких локальна розорієнтація атомних площин на одиницю довжини набагато

менше півширини кривої відбивання W , тобто [84, 88]:

$$\frac{\partial \alpha(\vec{r})}{\partial \ell} \ll \frac{W}{\Lambda_{ext}}. \quad (2.1.2)$$

Для значних (сильних) за величиною деформацій $|\delta \alpha(\vec{r})| > W$.

Для опису та пояснення закономірностей формування дифракційних картин при розсіянні X -променів на різних спотвореннях у кристалах дуже важливим є зв'язок між локальними розорієнтаціями $\delta \alpha$ та локальними змінами вектору \vec{H} . Якщо кристал деформований, то в ньому уже немає тривівної періодичної ґратки, і тому, в принципі, неможливо однозначно визначити вузол оберненої ґратки [105]. Якщо деформація незначна, то навколо будь-якої точки P можна виділити об'єм ΔV , достатньо великий, щоб мати визначений період ґратки, і достатньо малий, щоб ці параметри були постійні в середині ΔV . Потім можна уявити безмежний досконалий кристал, що має ті самі параметри.

У деформованих кристалах вектор локальної оберненої ґратки \vec{H}' вираховують через атомні зміщення \vec{U} , тобто:

$$\vec{H}' = \vec{H} - \nabla(\vec{H}\vec{U}). \quad (2.1.3)$$

Тоді локальна зміна вектору $\delta \vec{H}$ задається:

$$\delta \vec{H} = \vec{H}' - \vec{H} = -\nabla(\vec{H}\vec{U}),$$

а ефективна розорієнтація (2.1.2) може бути записана так:

$$\delta \alpha = \delta \vec{H} \cdot \vec{S}_h / (k \sin 2\theta), \quad (2.1.4)$$

де \vec{S}_n – одиничний вектор в напрямку відбивання.

При визначенні природи недосконалостей ґратки слід розрізняти як самі дефекти у кристалі, так і далекодіючі поля напруг, які можуть бути наслідком дії зовнішніх навантажень, наприклад, механічного згину, теплового градієнта, зосередженої сили [64, 65, 81]. Локалізовані недосконалості (кластери, мікродофекти, дислокації та ін.), як правило, ведуть себе як незалежні розсіюючі центри [106, 107]. Водночас, слабкі та сильні деформації по різно-

му змінюють умови дифракції X -променів у кристалі [81, 82, 105]. Зокрема, зображення дислокаційної лінії в X -променеві топографії або в електронній мікроскопії, не є безпосереднім збільшеним зображенням ядра дислокації – внутрішньої області кристалу діаметром у декілька ангстрем, в якій несправедлива лінійна теорія пружності. Внутрішнє ядро дислокації дуже деформоване, щоб впливати на процеси формування зображення. Віддалені від ядра області кристалу і вносять вклад у формування топографічних та муарових зображень дефектів [82, 88]. Розміри таких областей визначаються процесами дифракції та інтерференції X -променів. Саме в даному випадку інформативним та прицезійним є метод трикристальної LLL -інтерферометрії, оскільки цей метод відрізняється високою чутливістю до незначних дилатацій $\Delta d/d = 10^{-8}$ і поворотів атомних площин $\delta \sim 0,01^\circ$.

Інтерференція двох когерентних X -хвиль у кристалі, ніби як лупа, збільшує в рази, в порівнянні з топографічним зображенням, область деформаційного поля на рис.2.1.4а (в рази у порівнянні з топографічним зображенням на рис.2.1.5а) внаслідок формування характерної дугоподібної (еліпсоподібної) системи муарових темно-білих за контрастом смуг зі змінним періодом Λ .

Вигляд розрахованих муарових зображень, в цілому, залежить не тільки від величини сумарної потужності ЗН, але і від характеру розподілу їх деформацій та зміщень у ряду (рис.2.1.9 – рис.2.1.12).

У нашому випадку вибір моделі подряпини у вигляді одномірного ряду локальних джерел передбачає симетричний вигин атомних площин вздовж вектора дифракції [103, 104].

Взаємодія пружних полів між центральною та модельними крайніми силами приводить до утворення двох, на наш погляд, принципово різних деформованих областей. Якщо крайні зосереджені сили утворюють поле напруг схоже з рис.2.1.7б і рис.2.1.5, то область між двома зосередженими силами має свої принципові відмінності. В цій області зменшуються вигини атомних площин, але зменшення відстані між атомними площинами стає більш суттєве.

Отже, слід очікувати, що утворення муарового зображення від країв ряду матиме інші механізми утворення, порівняно із центральною областю.

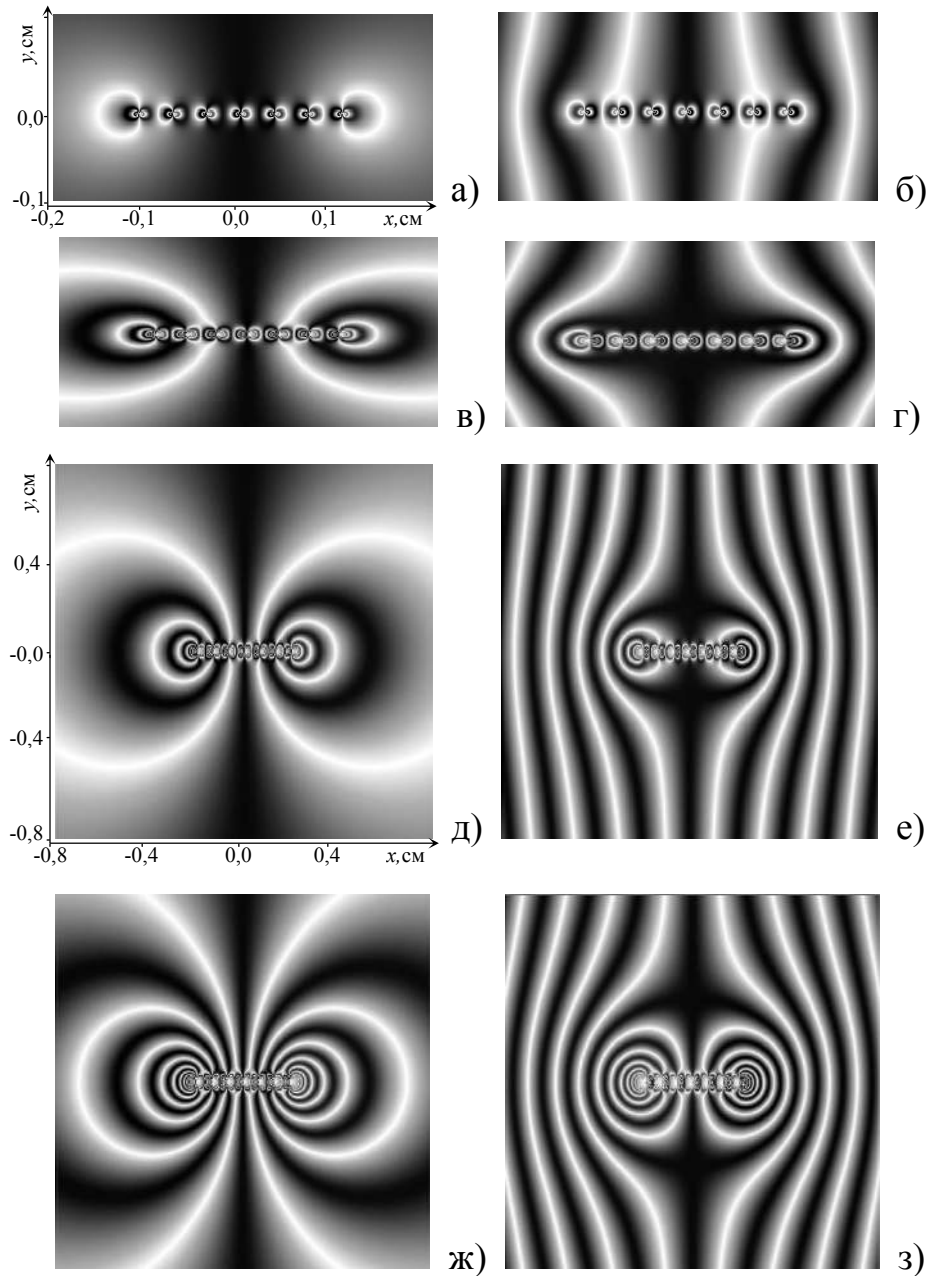


Рис. 2.1.4. Розподіли $R_h(x, y)$ без (а, в, д, ж) та з фазовим муаром $\Lambda_D = 1800$ мкм (б, г, е, з) для ряду з однакових за величиною локальними навантаженнями. Відстань між силами 400 мкм. Величина локального навантаження: $P_{NL} = 21$ (а, б), $P_{NL} = 52$ (в, г), $P_{NL} = 84$ (д, е), $P_{NL} = 105$ (ж, з).
Si, відбивання (220), $\text{CuK}\alpha$ -випромінювання [103]

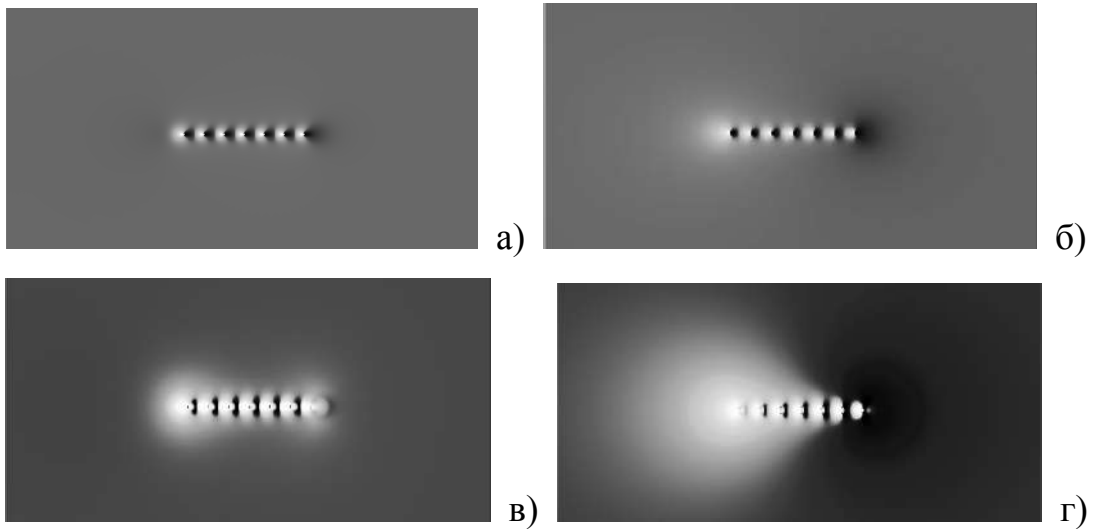


Рис. 2.1.5. Топографічне зображення деформаційного поля, утвореного локальним рівномірним розподілом сил (S1) у пучках $R_h^A = E_{oh}^I E_{oh}^{I*}$ (а, в, д) і $R_o^A = E_{hh}^{II} E_{hh}^{II*}$ (б, г, е) *LLL*-інтерферометра (рис. 2.1.1). Величина окремого навантаження в ряду: $P_{NL} = 21$ (а, б), $P_{NL} = 105$ (в, г)

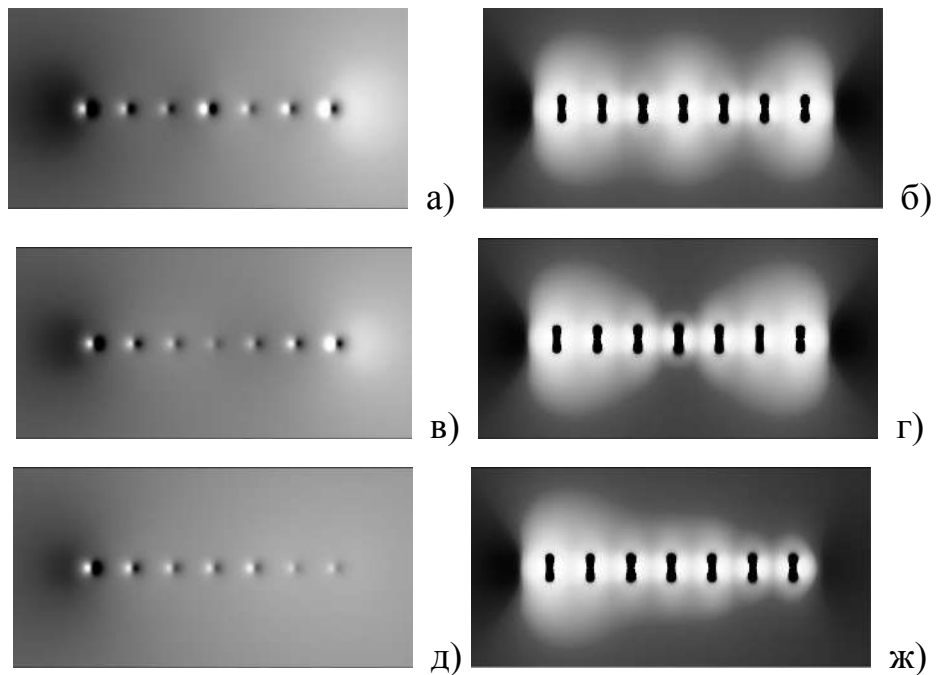


Рис. 2.1.6. Компоненти: а), в), д) – поля зміщень $U_x(x,y)$; б), г), ж) деформації dU_x/dx відповідно для розподілів сил: 21-21-21-21-21-21-21 (а, б), S5: 21-15-21-15-21 (в, г), 21-17-15-12-10-8-6 (д, ж)

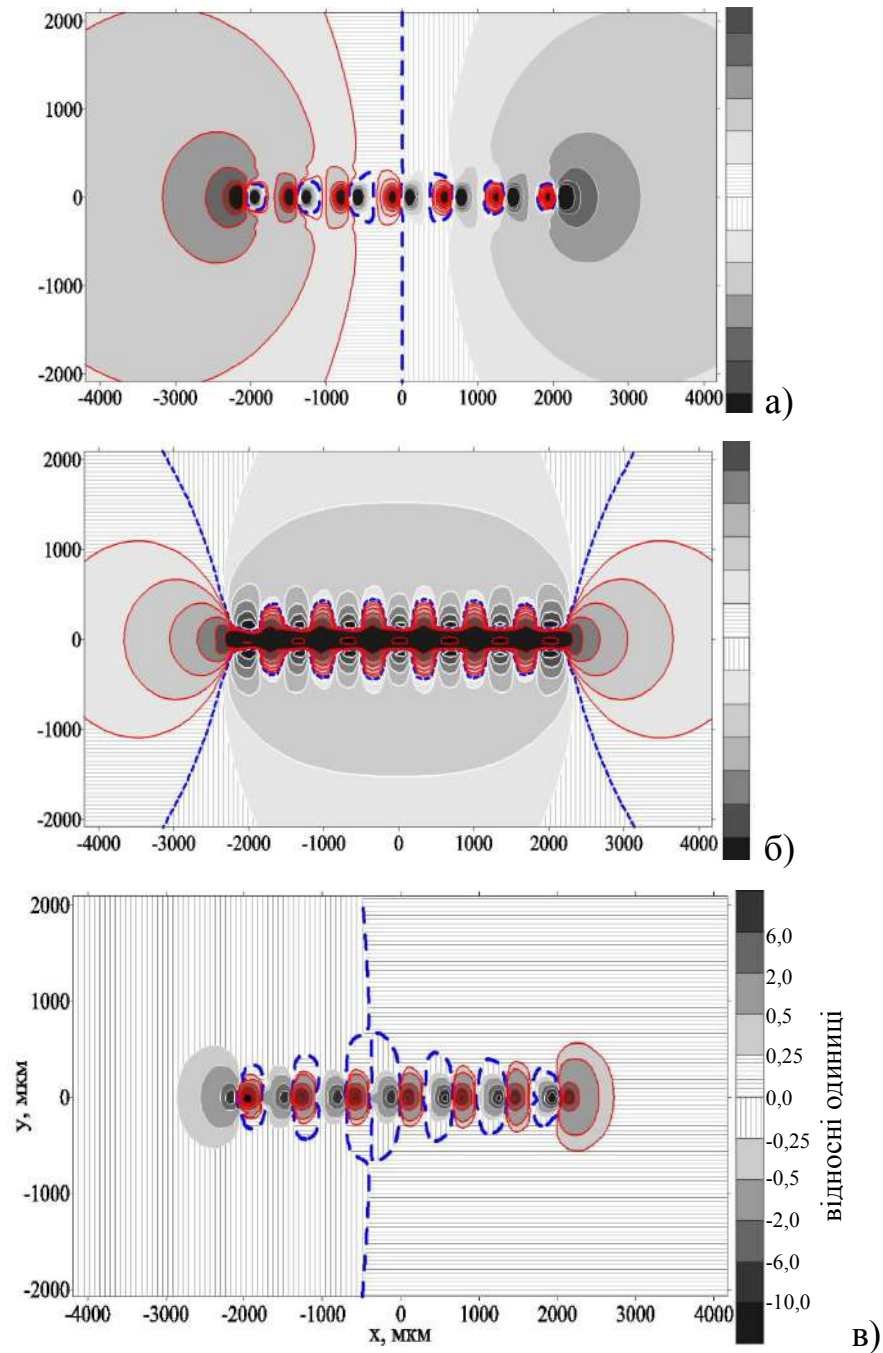


Рис. 2.1.7. Компоненти: а) поля зміщень $U_x(x,y)$; б) деформації dU_x/dx ; в) функції $\alpha(x,y)$ для розподілу сил 21-21-21-21-21-21 на вихідній площині кристала-аналізатора LLL -інтерферометра [104]

Підтвердженням цього є рис.2.1.4, де від рівномірно розподіленими (за абсолютною величиною) зосередженими силами, від центральних областей кількість утворених муарових смуг як мінімум вдвічі менша ніж від його країв.

При значних деформацій, де сильно змінюються фазові співвідношення

та співвідношення між амплітудами заломленої E_{oh} і дифрагованої E_{hh} Х-хвиль в аналізаторі, має місце порушення умови їх просторової когерентності. Оскільки зміна інтенсивності інтерферуючих хвиль визначається значенням ефективної зміни функції локальних розорієнтацій по відношенню до екстинкційної товщини, то в такому разі на муарових картинах (рис.2.1.4) центральна частина представляє відображення значень функції локальних розорієнтацій (рис.2.1.7в).

Збільшення величини прикладеної сили приводить до зменшення періоду муарових смуг (рис.2.1.4). Дилатаційна складова деформації зростає, що відображається у "випрямленні" муарових смуг відносно \vec{H} .

На муарових розподілах інтенсивності $R_h(x, y)$ без фазового муару (рис.2.1.4 а,в,д) в залежності від потужності зосереджених сил спостерігається зародження так званих деформаційних муарових смуг в перехідній по знаку області (стиск-розтяг). Тобто, окремі муарові смуги формуються в тих областях поблизу зосереджених сил, де максимальна швидкість зміни фази. При цьому, формування системи темно-білих муарових смуг навколо кожної зосередженої сили симетричне щодо центральної сили і відображає характер взаємодії (суперпозиції) їх деформаційних полів.

Виникнення "деформаційних" смуг на муарових картинах можна пояснити тим, що на значній відстані від точки прикладення сили амплітуди хвиль змінюються слабо. Тому вигляд муарового зображення, в основному, визначається фазовою різницею між інтерферуючими хвилями. Зокрема, в області слабких деформацій, де $P_{NL} < 20$ муарова картина відобразатиме поле зміщень U_x площин відбивання відносно своїх положень в ненавантаженому кристалі (рис.2.1.5, рис.2.1.7а). Водночас, для амплітуд кожної з інтерферуючих хвиль характер розсіяння – чорний чи білий контраст на рис.2.1.5 визначається знаком функції $\alpha(\vec{r})$ (рис.2.1.7в).

Це досить наочно впливає з симетричної форми муарового розподілу

інтенсивності поблизу крайніх по обидва боки ряду зосереджених навантажень, яке формується на відносно великих відстанях від них.

Муарове зображення на рис.2.1.4 суттєво відрізняється від топографічного рис.2.1.5. Пелюстки від кожної зосередженої сили (їх є 7) складаються із системи смуг, які утворюються по обидва боки від центра зосередженої сили вздовж вектору дифракції. Для кожного ЗН чергування контрасту в системі смуг різне, що дає змогу стверджувати про формування муарової картини загальним пружним полем. Довкола центрального ЗН формується симетричне зображення, що завершується білими смугами. На рис.2.1.4б в утворенні муарових смуг, які не зосереджені в околі окремої ЗН приймають участь всі сили, крім центральної. Від крайнього ЗН утворюється система муарових смуг, яка зберігає характерні особливості для всіх значень P_{NL} .

Величина навантаження не змінює загальну форму деформаційного поля, а тільки збільшує її абсолютні значення в кожній точці в об'ємі кристалу. За певних значень деформаційного поля у відповідних областях кристалу виникають умови для формування нової муарової смуги. У випадку, коли окремі ЗН не може створити окремих умов для виникнення нової муарової смуги, то такі умови створюються двома сусідніми ЗН. Зі збільшенням навантаження умови виникнення муарової смуги може задовольнити окремо деформаційне поле в околі окремого ЗН (хоча воно є сумою полів від усіх сил), і тоді формується у центральна муарова смуга. Вона завжди буде присутня при збільшенні навантаження, а процес утворення нової смуги через взаємодію двох сусідніх полів продовжиться.

На муаровій картині зі структурним муаром на рис.2.1.4б і всіх наступних помічена закономірність – муарові смуги сформовані від крайніх у ряду ЗН зменшуються за періодом, але їх кількість не змінюється. Наявність фазового муару є своєрідним зондом, за допомогою якого можна оцінити по зміні періодів $\Lambda_D(x)$ деформаційних або фазових муарових смуг не тільки потуж-

ність крайніх в ряду зосереджених сил, а також визначити характер спадання сумарного деформаційного поля. Наявність фазового муару (рис.2.1.4б, рис.2.1.9-рис.2.1.12 (лівий ряд)) своєрідно впливає на прояв тонкої структури деформаційного муару поблизу зосередженої сили. Якщо на якусь зосереджену силу потрапляє темна або біла смуга фазового муару тонка структура деформаційного муару буде з обох сторін біло-білої або темно-темної без зміни розмірів. В іншому випадку збережеться біло-темна або навпаки темно-біла структура. При цьому, сформовані муарові смуги, віддалені від крайніх зосереджених сил, фактично будуть пригнічені фазовим муаром, тобто вплив деформаційної компоненти значно менше фазової. Водночас, має місце значний зсув (на половину періоду) фазової муарової смуги поблизу крайніх зосереджених сил. Це дозволяє оцінити їх потужність при зіставленні відповідних фазових співвідношень.

При певних значеннях сумарної потужності зосереджених сил на значній відстані від ряду ($P_{NL} > 30$), тобто коли деформаційна компонента значно перевищує фазову ($\varphi_d > \varphi_f$), на рис.2.1.4г,е наочно показано виникнення нових муарових смуг в області стиску-розтягу деформаційного поля зосереджених сил на наступних по порядку від крайніх у ряду зосереджених сил.

Накладання фазового муару призвело до зміни (крім центральної зосередженої сили) чергування контрасту в системі світло-темних смуг (рис.2.1.4в). Якщо умовно взяти за правило вважати відлік чергування контрасту від краю ряду до центру, то відбулася зміна з біло-чорного на чорно-білий контраст. Зауважимо, що для всіх подальших випадків різних за величиною P_{NL} центральна область завжди буде, згідно прийнятого правила, біло-білою.

На топографічному зображенні ряду зосереджених сил на рис.2.1.5 спостерігаємо звичну картину дволепесткових темно-білих зображень вздовж вектору дифракції, які формуються окремо в околі кожної зосередженої сили.

Відстань між силами значне (400 мкм), і тому при незначному навантаженні загальне пружне поле сприймається як суперпозиція дискретних зосереджених сил. При цьому, топографічне зображення на рис.2.1.5б знаходиться в повній відповідності функції локальних розорієнтації $\alpha(x,y)$ на рис.2.1.6в.

Для значних деформацій ($|\delta\alpha(\vec{r})| > 2W$), коли фаза і амплітуди заломленої і дифрагованої хвиль, що інтерферують в аналізаторі *LLL*-інтерферометра, сильно змінюються, порушується умова їх когерентності. В цьому випадку центральна частина муарової картини (рис.2.1.4д) є результатом суперпозиції інтенсивності відповідних хвиль.

Слід зауважити, що відповідні топографічні зображення дії зосередженої сили на рис.2.1.5 доповнюють інтерференційну картину на рис.2.1.4 і в принципі допомагають встановити області когерентної суперпозиції хвильових полів. У випадку *X*-променевої дифракції, на відміну від дифракції електронів, на формування зображення впливають не тільки зміни періоду ґратки в напрямку проходження, але й зміни в перпендикулярному напрямі їх проходження. Тому, природно, механізми, що формують муарове зображення більш складні і тільки в окремих випадках можна використовувати співвідношення типу (2.1.10) та (2.1.12).

Оскільки обернена величина періоду муарових смуг відображає відносну зміну періоду ґратки (або деформацію $\varepsilon(x)/d = 1/\Lambda(x)$), то мав сенс провести зіставлення у відповідних масштабах $\varepsilon(x)$ і залежностей $U_x(x)$, $\partial U_x(x)/\partial x$ та $\alpha(x)$ (рис.2.1.7). Аналіз показує, що кращу якісну відповідність характеру спадання оберненої величини періоду муарових смуг $1/\Lambda(x)$, дає залежність $\partial U_x(x)/\partial x$ (рис.2.1.8).

При цьому залежності $1/\Lambda(x)$ муарових смуг без і при наявності фазового муару фактично є взаємодоповнюючими (рис.2.1.8).

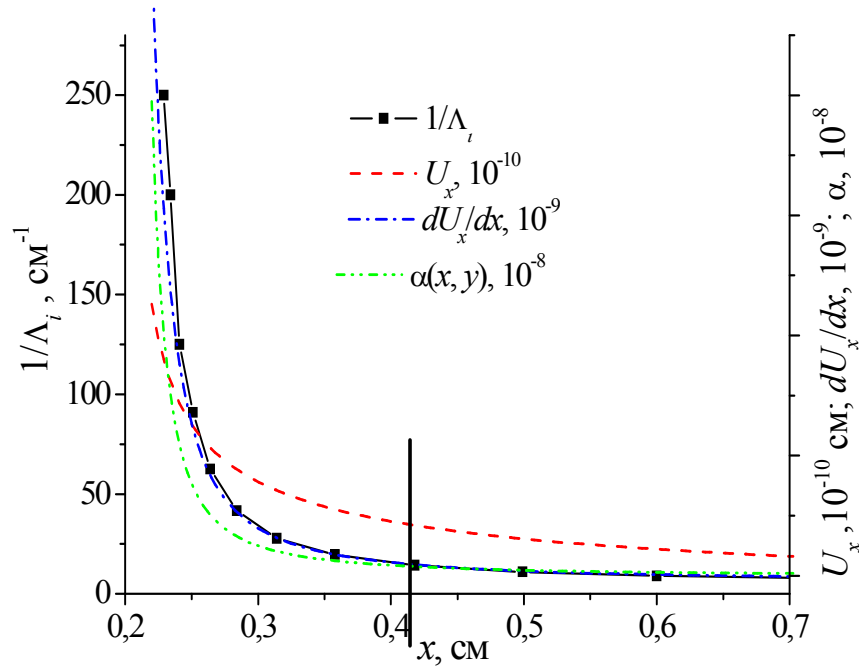


Рис. 2.1.8. Залежності (вздовж осі Ox усереднених в межах області $y_0 = \pm 30$ мкм): періоду $1/\Lambda_i$, U_x , dU_x/dx , функції $\alpha(x,y)$. Суцільна лінія розділяє області прояву "деформаційного" та структурного муару

Муарові зображення на рис.2.1.9а-рис.2.1.11а характерні розподілом сил (S_5) максимальної величини на краях і по центру подряпини. Формування смуг деформаційного муару (для опису вибрано світлі смуги) відбувається лише від найбільших за величиною ЗН. Всі смуги мають початок і закінчення в області їх утворення. Закономірності від загальної потужності P_Σ і кількості смуг n для не спостерігається. Разом з тим, збільшення значення ЗН призводить до утворення нових смуг. Формування нових смуг при збільшенні величини зосередженої сили може відбуватися одразу від двох областей. Так на рис.2.1.10а це крайні сили, на рис.2.1.10а – центральна сила і через одну від неї сила. Із ростом P_{NL} збільшилась область прояву деформаційного муару.

На рис.2.1.9б-рис.2.1.11б центральні зосереджені сили найменші і однакові в центральній частині, їх загальне деформаційне поле не призводить до утворення замкнених еліпсоподібних муарових смуг. Отже, центральна область біля подряпини містить лише топографічне зображення.

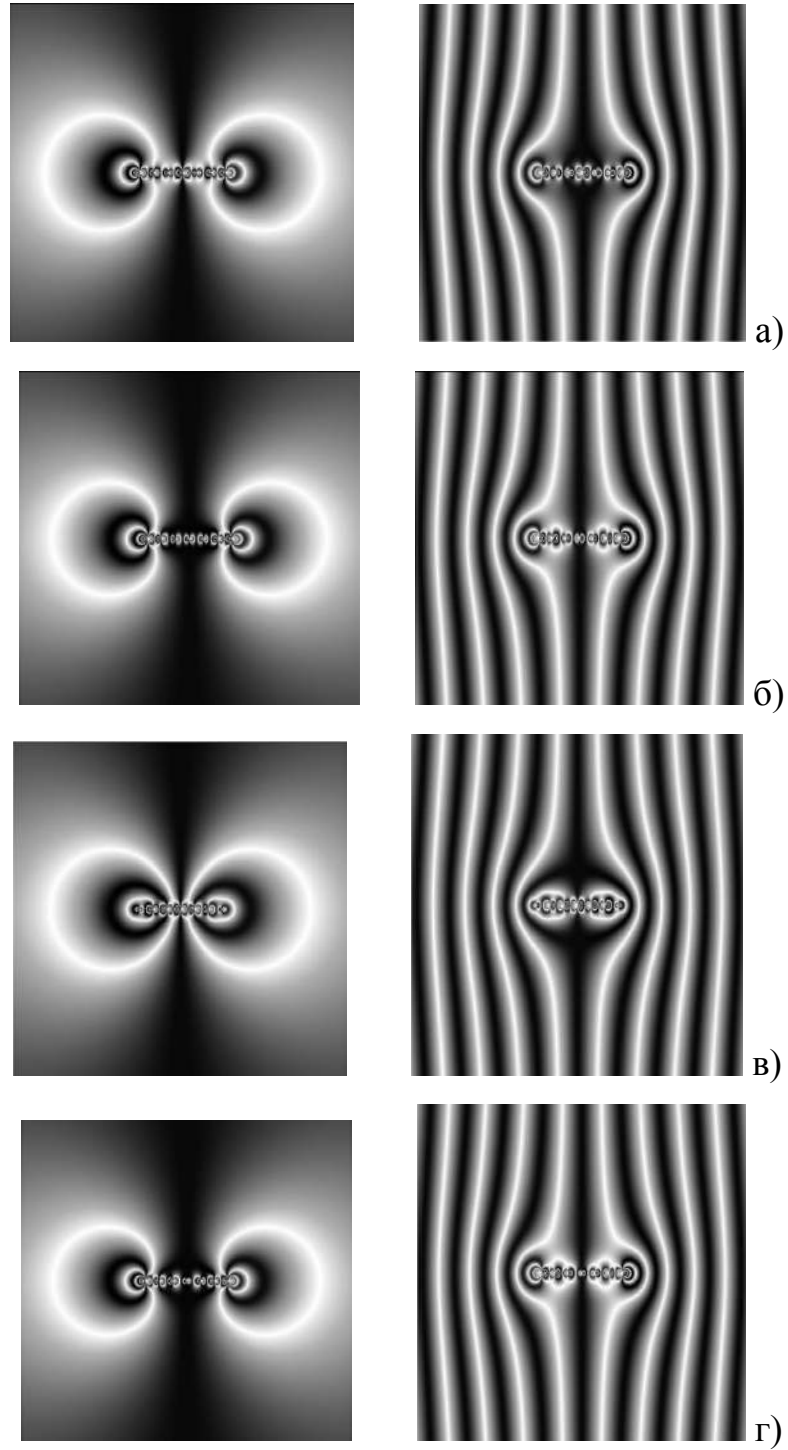


Рис. 2.1.9. Розподіли $R_h(x, y)$ без (а, б, в, г) та з фазовим муаром
 $\Lambda_D = 1800$ мкм для $P_{NL} = 21$ для розподілів локальних сил: а) S5: 5-2-1-5-1-2-5;
 б) S7: 6-3-1-1-1-3-6; в) S3: 1-3-4-5-4-3-1; г) S2: 5-3-2-1-2-3-5

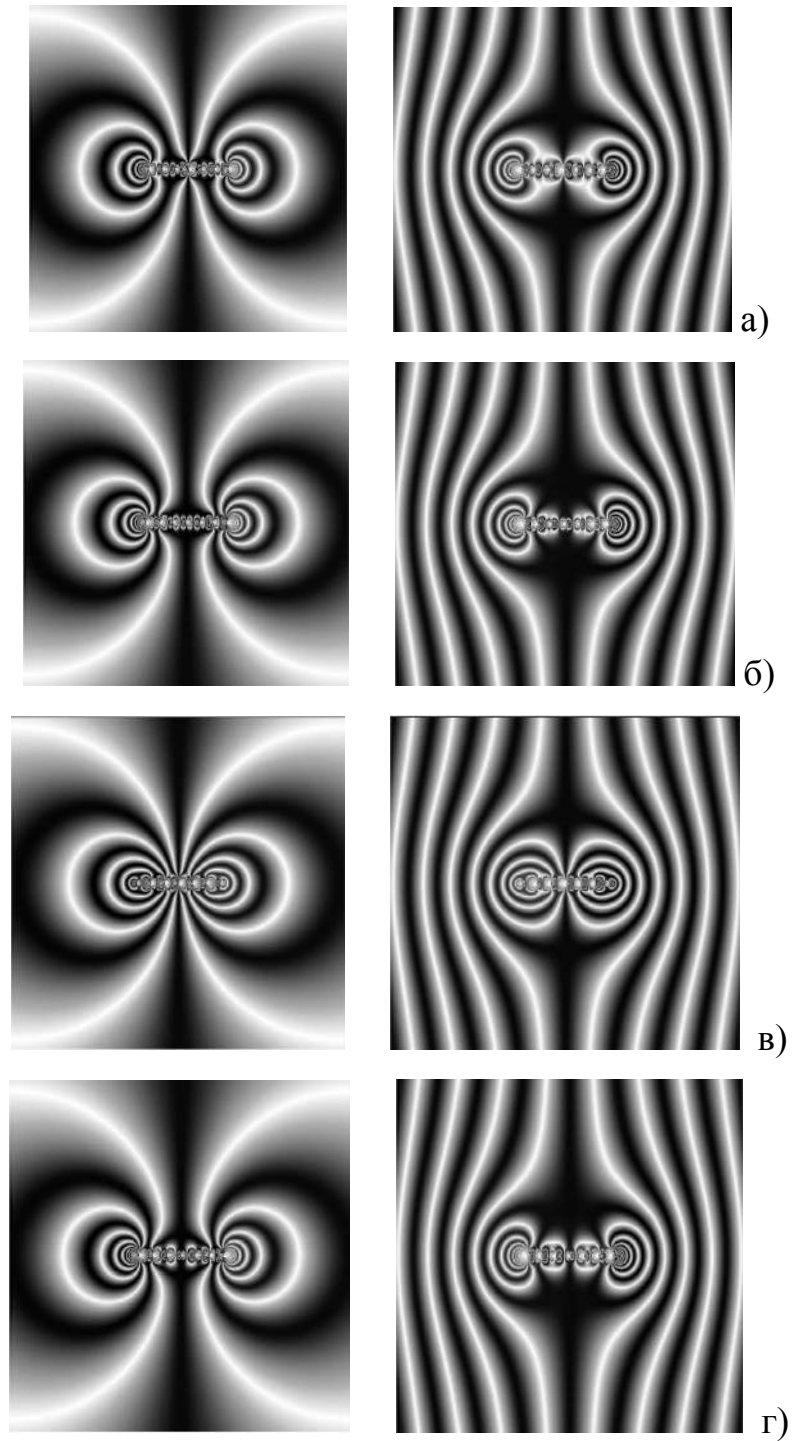


Рис. 2.1.10. Розподіли $R_h(x, y)$ без та з фазовим муаром $\Lambda_D = 1800$ мкм для $P_{NL} = 52$ для розподілів: а) S5; б) S7; в) S3; г) S2 (значення сил вказано на рис. 2.1.9)

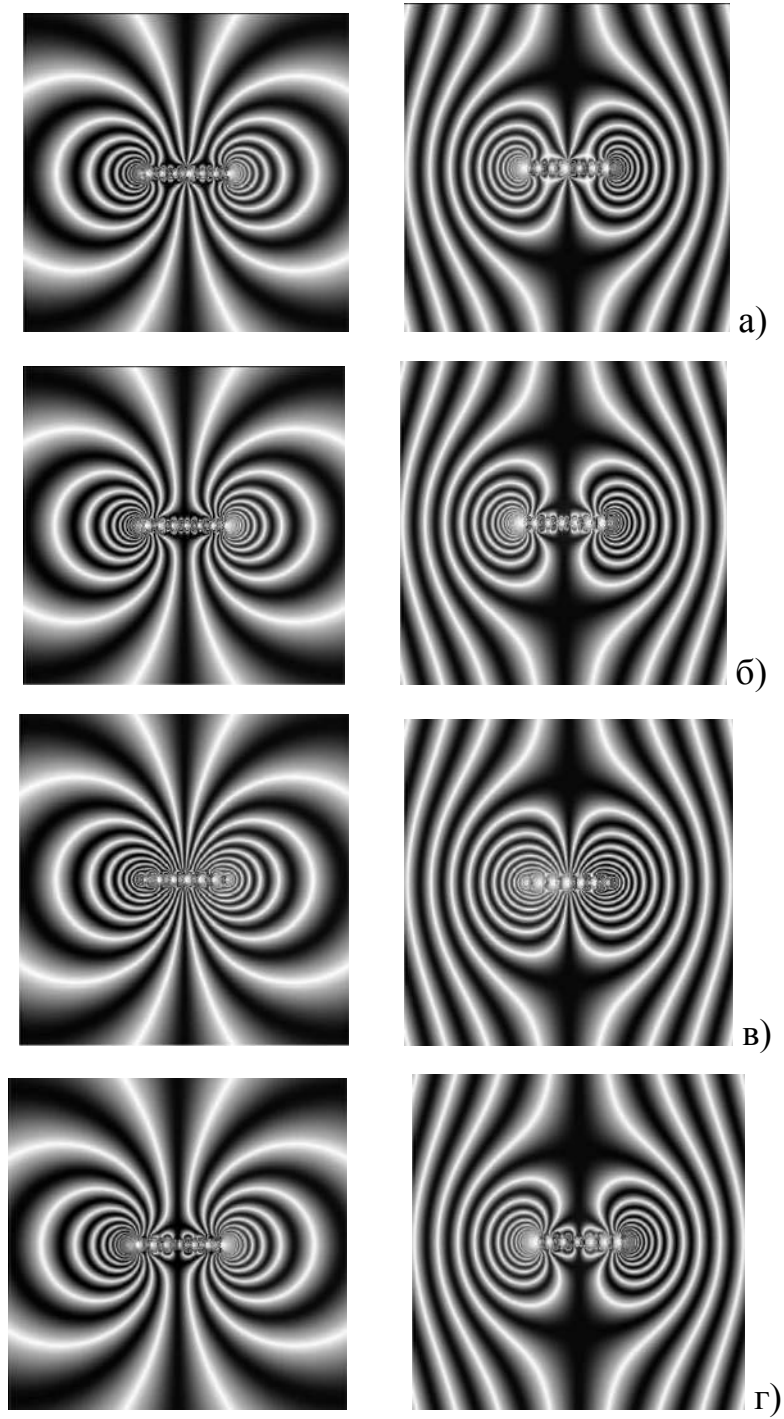


Рис. 2.1.11. Розподіли $R_h(x, y)$ без та з фазовим муаром $\Lambda_D = 1800$ мкм для $P_{NL} = 105$ для розподілів навантажень: а) S5; б) S7; в) S3; г) S2 (значення сил вказано на рис. 2.1.9)

Кількість утворених смуг на рис.2.1.11б для $P_{NL} = 105$ становить $n = 20$. Цій відповідності кількості утворених смуг і загальної потужності P_{NL} не залежно від розподілу за величиною сил у ряду спостерігається на рис.2.1.11 (для $P_{NL} = 105$ $n = 18$). Крім того, область прояву деформаційного муару також відповідає цій закономірності, зокрема, для $P_{NL} = 105$, 465 пікселів.

На рис.2.1.9д-рис.2.1.11д характер деформаційного поля в ряду зосереджених сил носить параболічний характер (S2), тобто від країв до центра поступове зменшення навантаження. Характер формування смуг деформаційного муару схожий на рис.2.1.9б-рис.2.1.11б, тобто смуги формуються в областях з більшими деформаціями. Характерною особливістю даного розподілу сил є утворення смуг в центральній частині, які починаються і закінчуються на різних джерелах (початок в області розміщення більш потужного джерела, а закінчення між двома малопотужними), особливо це видно на рис.2.1.11г. Зберігається залежність між сумарним навантаженням P_{NL} і кількістю муарових смуг, а також областю прояву деформаційного муару.

У цілому така ж картина має місце і на рис.2.1.9г-рис.2.1.11г для розподілу сил S3, коли максимальне ЗН розміщена у центрі ряду.

Для співставлення експериментальним муаровим картинам на рис.2.1.3а,б представлена на рис. 2.1.12 та на рис.2.1.13 серія розрахованих муарових картин при різних розподілах за величиною ЗН. Найкращу якісну відповідність експериментальним муаровим картинам, відповідає кілька розрахованих муарових картин, зокрема, для розподілів S1, S2 та S6.

Відзначимо, в цілому, задовільне кількісне і якісне співпадіння розподілів інтенсивностей на експериментальних (рис.2.1.3) та розрахованих (рис.2.1.12-рис.2.1.13) топограмах як в області сильних деформацій – топографічні зображення, так і в області слабких деформацій – муарові зображення.

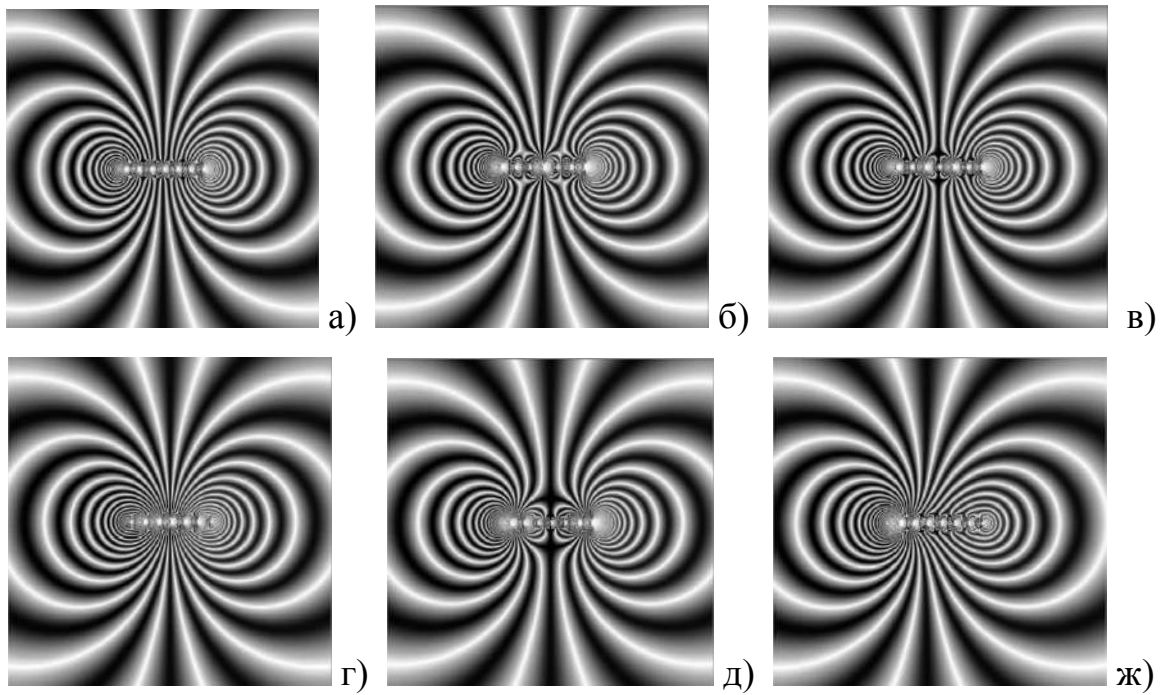


Рис. 2.1.12. Муарові картини при $P_{NL} = 147$ без фазового муару для шести варіантів розподілу локальних навантажень: а) S1: 21-21-21-21-21-21-21; б) S5: 35-14-7-35-7-14-35; в) S7: 28-14-28-7-28-14-28; г) S3: 7-21-28-35-28-21-7; д) S4: 42-21-7-7-7-21-42 ; ж) S6: 42-28-21-15-15-13-8

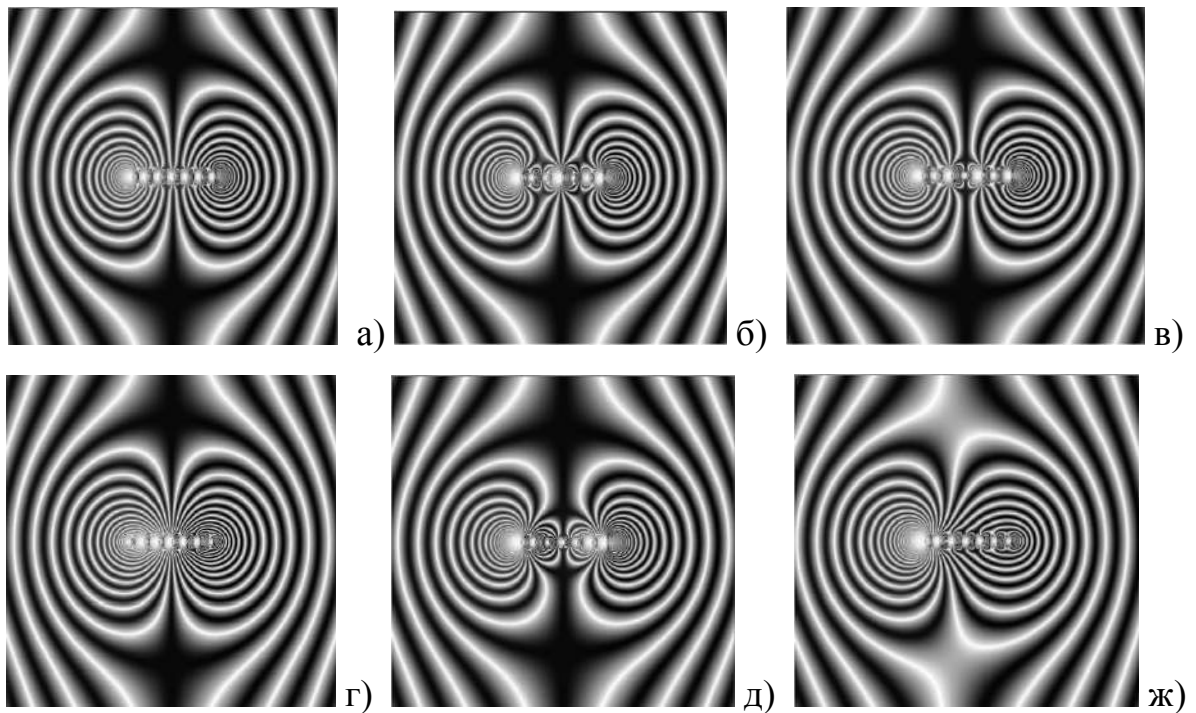


Рис. 2.1.13. Муарові картини при $P_{NL} = 147$ з фазовим муаром $\Lambda_D = 1800$ мкм для варіантів розподілу локальних навантажень: а) S1, б) S5, в) S7, г) S3, д) S4, ж) S6

Експериментальній муаровій картині на рис.2.1.14а найкраще якісно відповідають розраховані $R_h(x, y)$ на рис.2.1.14 б)-д) при нерівномірній потужності ЗН в ряду.

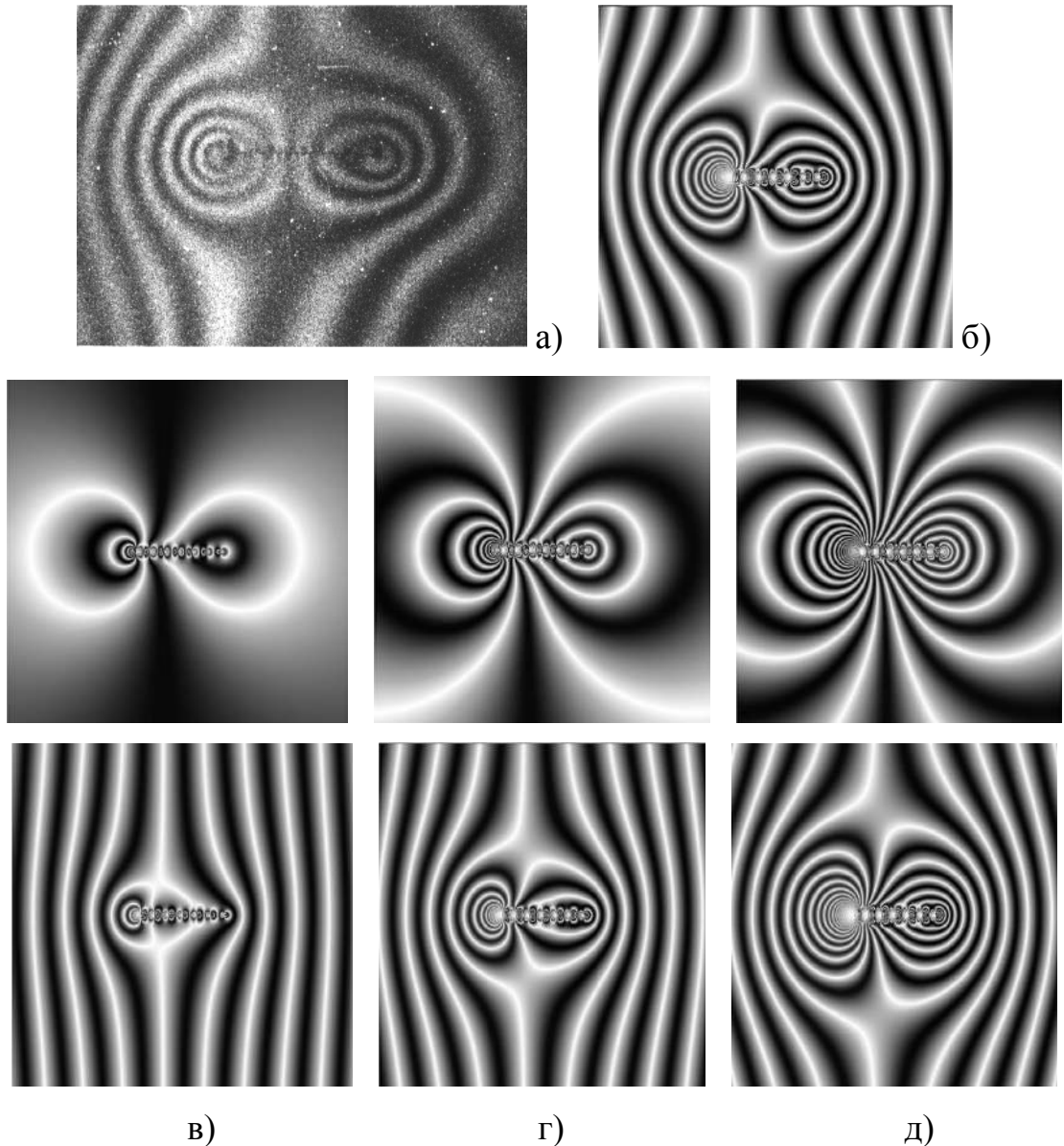


Рис. 2.1.14. а) Експериментальне муарове зображення подряпини на поверхні кристала-аналізатора (111) Ge *LLL*-інтерферометра [64, 84]; б)-д) розраховані муарові картини без та з фазовим муаром $\Lambda_D = 1800$ мкм (нижній ряд).

Величина навантаження змінюється від лівого краю до правого по спадній параболічній залежності б) $P_{NL} = 84: 42-28-21-15-15-13-8$, в) $P_{NL} = 21: 6-4,2-3-2,4-2,4-1,8-1$, г) $P_{NL} = 52: 15-10-7-6-6-5-3$, д) $P_{NL} = 105: 30-21-15-12-12-9-6$

На експериментальних муарових картинах (рис.2.1.14а, рис.2.1.15а) спостерігається не тільки асиметрія в розподілі муарових смуг по обидва боки подряпини: в правій частині муарові смуги більш витягнуті уздовж подряпини (еліпсоподібні), в лівій – колоподібні і їх на одну більше.

Це може свідчить про те, що при скрайбуванні навантаження на індензор на початку дії була більша, ніж при її закінченні.

Проведені теоретичні розрахунки муарових картин на рис.2.1.14б підтверджують цю гіпотезу. Збільшення навантаження P для окремих локальних сил і сумарного в цілому призводить до асиметричного збільшення числа муарових смуг, зменшення їх періодів і більш сильного вигину смуг фазового муару (рис.2.1.14в).

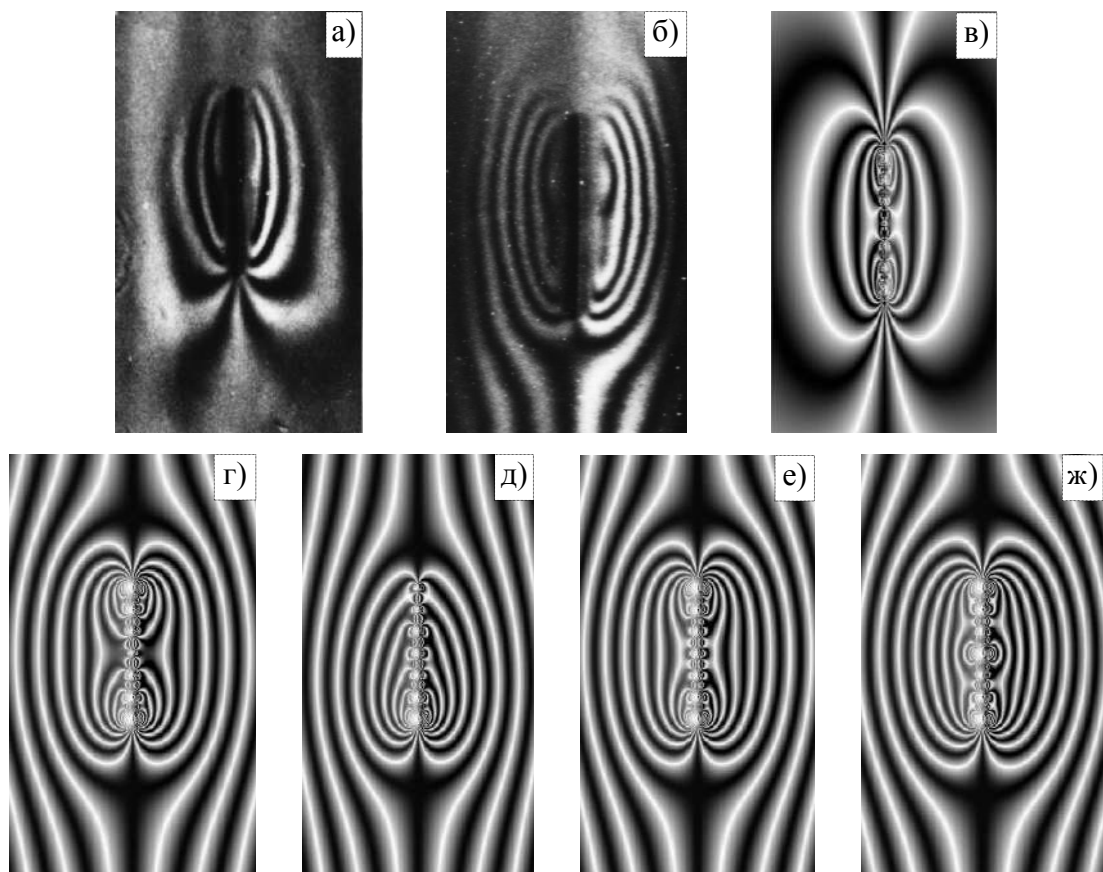


Рис. 2.1.15. а), б) – експериментальні муарові зображення [64, 84] подряпин, розміщених перпендикулярно вектору дифракції \vec{H}_{220} , випромінювання $\text{CuK}_{\alpha 1}$; в)-ж) розраховані зображення в залежності від розподілу сил у рядах: в) без структурованого муару; г) – ж) зі структурованим муаром $\Lambda = 1200$ мкм

На рис.2.1.14в розподіл сил (S_6) асиметричний та відповідає спадному експоненційному розподілу. У правій частині зображення чітко спостерігається утворення смуг з початком на двох джерелах. Центральна права смуга формується на більш потужному джерелі сили. Права частина муарової картини більша за розмірами і має більші періоди смуг. Разом з тим, загальна область прояву деформаційного муару зберігає свої закономірності в залежності від P_{NL} . Основною відмінністю від попередніх випадків розподілу зосереджених сил є асиметрія в періодах структурного муару за межами області деформаційного муару та зникає центральна темна смуга. Ліва частина, як і в попередніх випадках формується на значних силах у вигляді замкнених смуг. В результаті злиття смуг деформаційного муару і центральної смуги ротаційного муару замість темної центральної утворена біла смуга.

Схожа картина спостерігається і на рис.2.1.15а,б. Тут умови формування муарових смуг дещо відрізняються від попередніх випадків, оскільки мікроподряпина нанесена перпендикулярно вектору дифракції. Проведені розрахунки показують (рис.2.1.15в-ж), що і в цьому випадку на формування експериментальних муарових картин на рис.2.1.15а, б впливає нерівномірно розподілені джерела напруги як за величиною так і розташуванню.

Розподіл сили: параболічний (в, г), експоненційний (д), рівномірний в центральній частині і швидко зростаючий на кінцях (е), хаотичний (ж).

Отже, проведені моделювання муарових картин в разі дії зосереджених сил на вихідну поверхню кристала аналізатора LLL -інтерферометра дозволили встановити наступне:

1. На інтерференційних розподілах інтенсивності незалежно від розподілу за величиною сил при рівномірному розміщенні у ряді у залежності від потужності зосереджених сил спостерігаються, як правило дві системи деформаційних муарових смуг, які формується в перехідних по знаку областях (стиск-розтяг атомних площин) кристалу. Перша система муарових смуг локалізована поблизу дії зосереджених сил, де максимальна швидкість зміни

фази (деформації).

Друга система – твиникає на значній відстані від ряду зосереджених сил при певних значеннях їх сумарної потужності.

2. Форма муарових смуг відображає загальне поле зміщень $\bar{U}(\vec{r})$, утворене поблизу зосереджених сил.

3. Зменшення оберненої величини періоду муарових смуг $\Lambda(x)$ при відході від крайньої зосередженої сили відображає залежність $\partial U_x(x)/\partial x$, яка має гіперболічний характер спадання.

4. Наявність фазового муару призводить до зміни (крім центральної зосередженої сили) чергування контрасту в системі світло-темних смуг інтенсивності, і який, водночас, є своєрідним зондом, за допомогою якого можна оцінити не тільки потужність крайніх зосереджених сил зі зміни періодів муарових смуг, а також визначити характер спадання сумарного деформаційного поля.

2.2. Двомірне пряме дискретне швидке перетворення Фур'є для аналізу муарових картин

Для визначення інтегральних параметрів, за якими можна оцінити розраховані муарові зображення та різницю між ними використаємо відомий метод – Фур'є аналізу. Для цього використаємо швидке Фур'є перетворення, яке за допомогою оригінальної програми, створеної в середовищі MATLAB, дозволяє провести відповідний аналіз муарових зображень [108-112].

У нашому випадку для двомірного прямого дискретного швидкого перетворення Фур'є (ДШПФ) (DFFT, Discrete Fast Fourier Transform) числової матриці із розрахованих $f(i, k)$ значень інтенсивностей муарових картин використаємо співвідношення [110, 111]:

$$F(m, n) = \sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^N f(i, k) \cdot \exp\left(-j \cdot 2\pi \left(\frac{m \cdot (i-1)}{M} + \frac{n \cdot (k-1)}{N}\right)\right), \quad (2.2.1)$$

де m – номер (індекс) частоти за висотою, n – номер частоти за шириною,

$m = 1, 2, \dots, M; n = 1, 2, \dots, N; M$ – висота цифрового зображення у пікселях; N – ширина цифрового зображення у пікселях; j – уявна одиниця. Величини $F(m, n)$ прийнято називати коефіцієнтами Фур'є.

В результаті ДШПФ отримується $F(m, n)$ спектр Фур'є (або Фур'є-образ сигналу) у вигляді прямокутної матриці комплексних чисел, який описує залежність амплітуди та фази базисних синусоїдальних функцій від частоти. Частотною областю називається координатна система, яка задає аргументи $F(m, n)$ частотними змінними m і n (частотний прямокутник з розмірами $M \times N$).

Аналіз результатів ДШПФ спрощується, якщо перемістити початок координат змінних m і n в центр частотного прямокутника (рис.2.2.1а). У результаті такого зміщення на основі F обчислюється центрована матриця коефіцієнтів Фур'є $F_C = F_C(m, n)$ (розміром $M \times N$ елементів), де центру частотного прямокутника F_C відповідають нульові частоти ($m = 0, n = 0$).

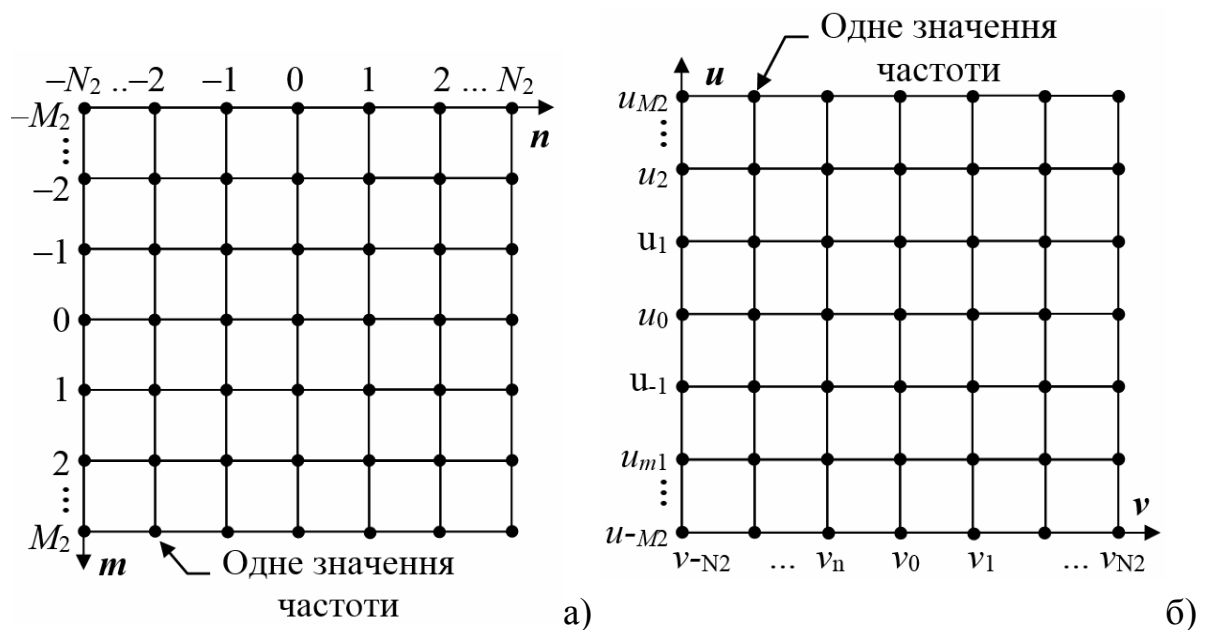


Рис. 2.2.1. Система координат (СК) коефіцієнтів Фур'є: а) СК mn ; б) СК uv

У новій системі координат:

$$m = -M_2, \dots, -1, 0, 1, \dots, M_2, \text{ де } M_2 = [M/2] \text{ – ціла частина від } M/2;$$

$$n = -N_2, \dots, -1, 0, 1, \dots, N_2, \text{ де } N_2 = [N/2] \text{ – ціла частина від } N/2.$$

Якщо кількість елементів M або N парна, то координати змінюються в діапазоні

$$m = -M_2, \dots, -1, 0, 1, \dots, M_{2P}, \text{ де } M_{2P} = M - M_C - \text{відстань від центру до } M;$$

$$n = -N_2, \dots, -1, 0, 1, \dots, N_{2P}, \text{ де } N_{2P} = N - N_C - \text{відстань від центру до } N.$$

Якщо M непарне, то $M_{2P} = M_2$; якщо N непарне, то $N_{2P} = N_2$.

Якщо експоненційну функцію (2.2.1) представити у вигляді функцій \sin або \cos , то для аргументів гармонічних функцій справедливі рівності

$$\frac{2\pi m(i-1)}{M} = \frac{2\pi(i-1)}{T_i}, \quad \frac{2\pi n(k-1)}{N} = \frac{2\pi(k-1)}{T_k}, \quad (2.2.2)$$

де T_i, T_k – періоди гармонік у просторовій області (в пікселях або в елементах) вздовж осей i та k відповідно.

Із співвідношень (2.2.2) отримаємо залежність між частотами гармонік (m і n) та їх періодами у просторовій області:

$$m = \frac{M}{T_i}, \quad n = \frac{N}{T_k}. \quad (2.2.3)$$

На основі (2.2.3) отримаємо формули для періодів у просторовій області (в пікселях):

$$T_i = \frac{M}{m}, \quad T_k = \frac{N}{n}. \quad (2.2.4)$$

Номерам частот (m, n) відповідають значення просторових частот (u, v) на спектрі Фур'є F_C за висотою та шириною відповідно (рис.2.2.1б), які обчислюються за співвідношеннями:

$$u = \frac{1}{T_i} = \frac{m}{M}, \quad v = \frac{1}{T_k} = \frac{n}{N}. \quad (2.2.5)$$

З врахуванням розмірів пікселя за висотою Δy та за шириною Δx на основі (2.2.4) періоди у просторовій області задаються (з розмірностями x, y):

$$T_y = T_i \cdot \Delta y = \frac{M}{m} \cdot \frac{y_{\max} - y_{\min}}{M}, \quad T_x = T_k \cdot \Delta x = \frac{N}{n} \cdot \frac{x_{\max} - x_{\min}}{N}. \quad (2.2.6)$$

Згідно (2.2.6) номеру (m, n) частоти відповідає значення частоти:

$$u_m = \frac{1}{T_y} = \frac{1}{T_i \cdot \Delta y} = \frac{m}{M \cdot \Delta y}, \quad v_n = \frac{1}{T_x} = \frac{1}{T_k \cdot \Delta x} = \frac{n}{N \cdot \Delta x}. \quad (2.2.7)$$

Якщо зображення f містить тільки дійсну частину, то його коефіцієнти Фур'є F_C звичайно містять ще й комплексну складову. Основний метод візуального аналізу F_C полягає в обчисленні та відображенні його амплітудного спектру, тобто абсолютної величини $F_A = |F_C| = \text{abs}(F_C)$. Амплітудний спектр Фур'є (amplitude Fourier spectrum) обчислюється:

$$F_A = |F_C| = \sqrt{\text{Re}(F_C)^2 + \text{Im}(F_C)^2}, \quad (2.2.8)$$

де $\text{Re}(F_C)$ – дійсна частина F_C , $\text{Im}(F_C)$ – уявна частина F_C .

Амплітудний спектр Фур'є F_A (амплітудно-частотна характеристика сигналу) описує залежність амплітуд гармонік від частоти (наприклад, амплітуд синусоїд). Енергетичний спектр (або спектральна густина потужності) визначається квадратом модуля F_C , тобто:

$$P_S = |F_C|^2. \quad (2.2.9)$$

Оскільки коефіцієнт Фур'є для нульової частоти значно переважає за модулем коефіцієнти для інших частот, то для кращої візуалізації амплітудний F_A та енергетичний P_S спектри Фур'є перетворюються до логарифмічного масштабу за формулами:

$$F_L = \ln(C_L + F_A), \quad P_L = \ln(C_L + P_S), \quad (2.2.10)$$

де C_L – константа, якою можна коректувати кольорову гамму при візуалізації (за замовчуванням $C_L = 1$).

Центр амплітудного спектру Фур'є (виділений штрих-пунктирною лінією) описує його низькочастотну складову, а периферійні ділянки спектру (виділені пунктирною лінією) описують високочастотну складову спектру (рис.2.2.2). Аналіз амплітудного спектру Фур'є показав (рис.2.2.2б), що його профіль (рис.2.2.2в) містить значну випадкову складову, яка зумовлена спотвореннями яскравості цифрового муарового зображення f за рахунок дискретизації та квантування.

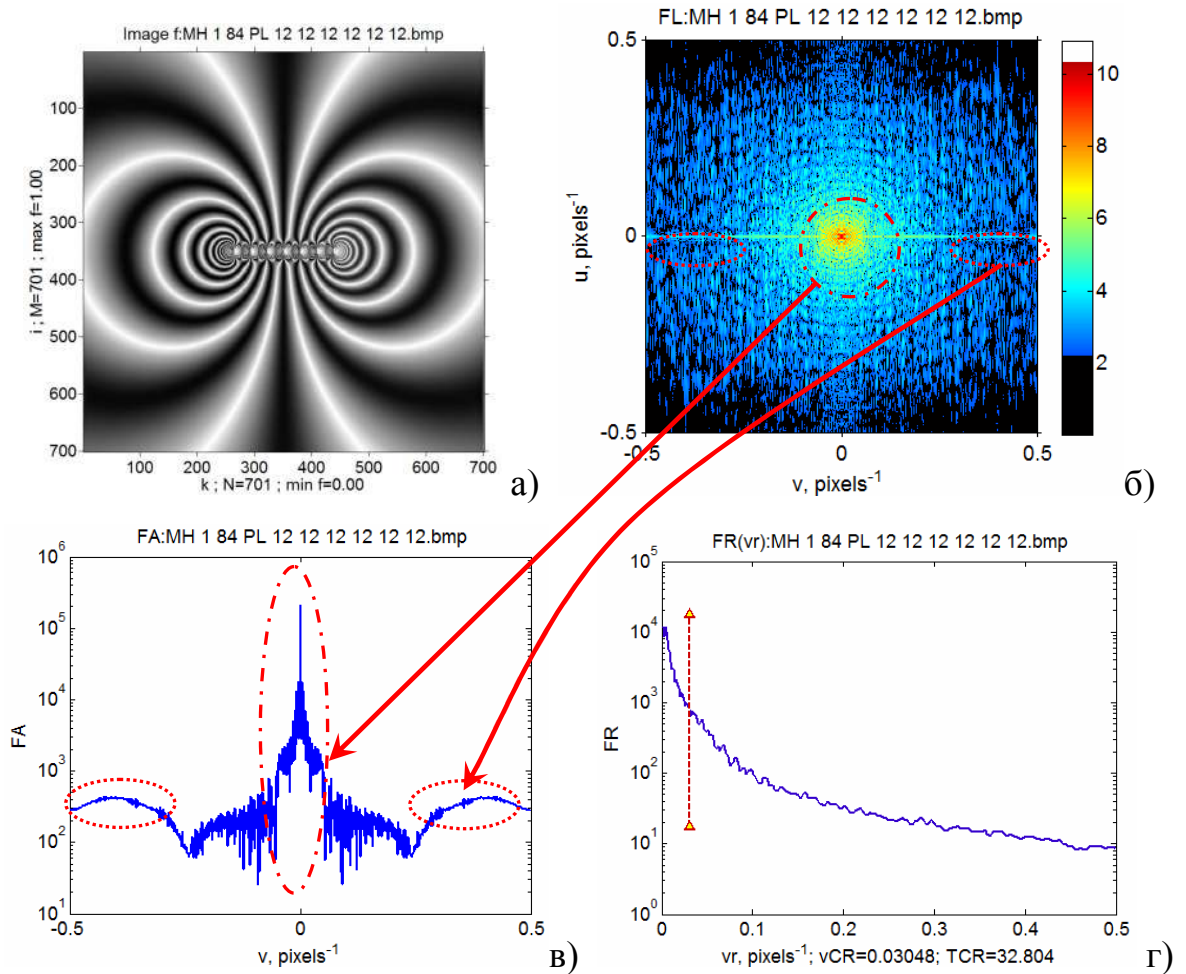


Рис. 2.2.2. Приклад аналізу спектру муарового зображення: а) початкове муарове зображення f , б) амплітудний спектр $F_L = \ln(C_L + F_A) f$ в логарифмічному масштабі, в) горизонтальний профіль розподілу значень F_A для центру спектру, г) радіальний розподіл F_R спектру F_A

Для аналізу амплітудного спектру Фур'є F_A доцільно використати не його профілі, а радіальний розподіл F_R (рис.2.2.2г), оскільки в радіальному розподілі виконується усереднення спектру за всіма напрямками. Для цього на основі амплітудного спектру F_A шляхом лінійної інтерполяції обчислено його радіальний розподіл $F_R(d)$, де $d = 1, 2, \dots, N_R$, $N_R = [N/2]$, d – цілочисельні значення відстані від елемента спектра (m, n) до його центру (M_C, N_C) , тобто $d = \lceil \sqrt{m^2 + n^2} \rceil + 1$. Значення $F_R(d)$ дорівнює середньому арифметичному Q елементів $F_C(m_q, n_q)$. Тобто

$$F_R(d) = \frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q F_A(m_q, n_q), \quad (2.2.11)$$

де (m_q, n_q) – координати елементів F_A , відстань яких від центра F_A рівна d , $d_1 < d \leq d_2$, $d_1 = d - 0.5$, $d_2 = d + 0.5$, тобто координати (m_q, n_q) лежать у межах кільця з радіусами d_1 і d_2 (рис.2.2.3).

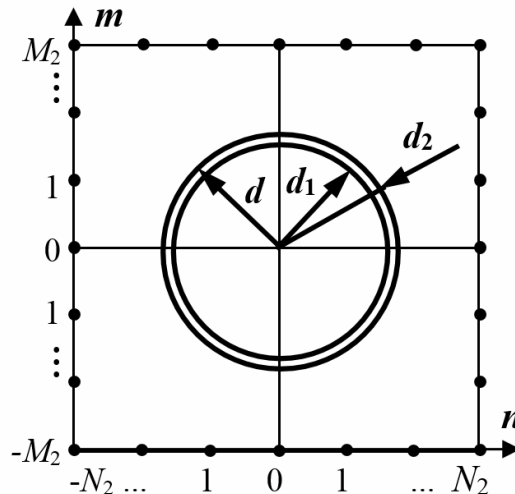


Рис. 2.2.3. Принцип формування радіального розподілу $F_R(d)$ для амплітудного спектру F_A в системі координат mn ; $M_2 = [M/2]$, $N_2 = [N/2]$

Кожній відстані d для радіального розподілу $F_R(d)$ відповідає значення радіальної просторової частоти

$$v_r(d) = \frac{d-1}{N}. \quad (2.2.12)$$

Отже, радіальний розподіл $F_R(d)$ описує залежність усереднених амплітуд спектру Фур'є залежно від просторової частоти v_r .

Для дослідження впливу характеру розподілу сил P_1-P_N (рис. 2.2.4) та їх значень на рис.2.2.5-рис.2.2.8 розраховано серію муарових зображень. Для всіх досліджуваних муарових зображень f обчислено їх амплітудні спектри Фур'є F_A , амплітудні спектри у логарифмічному масштабі $F_L = \ln(C_L + F_A)$ (рис.2.2.5б-рис.2.2.8б), радіальні розподіли F_R для спектру F_A та апроксимовані радіальні розподіли F_R для спектру F_A (рис.2.2.5в-рис.2.2.8в).

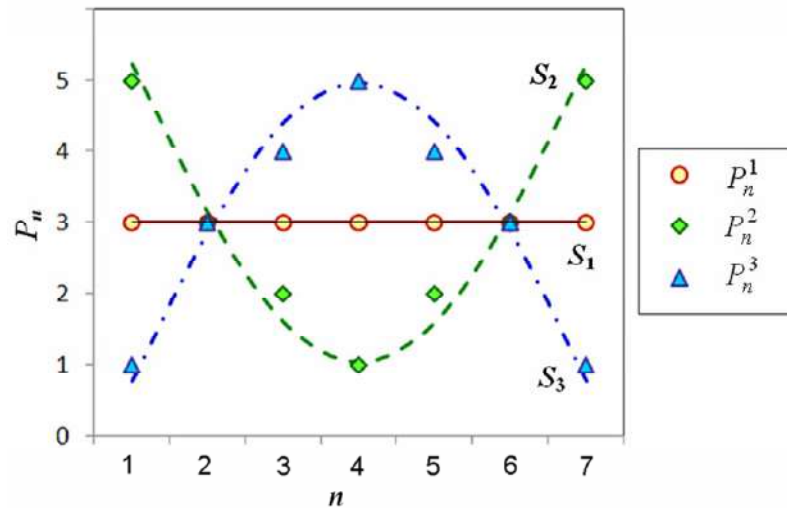


Рис. 2.2.4. Розподіли зосереджених сил P_n^1 , P_n^2 та P_n^3 (з формами S_1 , S_2 та S_3) в рядах при сумарній величині сил P_{NL} ; n – номер локальної сили; маркерами відзначені значення локальних сил в рядах, для яких розраховані муарові картини на рис.2.2.5а-рис.2.2.8а

Для кількісного аналізу радіальних розподілів F_R (рис.2.2.5в-рис.2.2.8в) використано їх середню радіальну частоту ν_{CR} , яку обчислено за співвідношенням:

$$\nu_{CR} = \frac{\sum_{d=2}^{d=N_R} F_R(d) \cdot \nu_r(d)}{\sum_{d=2}^{d=N_R} F_R(d)}. \quad (2.2.13)$$

У виразі (2.2.13) не враховується частота з номером $d = 1$, оскільки така частота відповідає постійній складовій спектру.

Аналіз отриманих значень радіальної частоти ν_{CR} показав, що вона суттєво залежить від P_{NL} , проте не досить виразно залежить від характеру їх розподілу (рис.2.2.4). Незначні відмінності спостерігаються у довгохвильовій області спектру. Більш детальний аналіз впливу розподілу джерел сил за їх величиною проводиться у наступному розділі.

Форма отриманих радіальних розподілів F_R є складною (містить осциляції з різним періодом і амплітудою), тому, для отримання та аналізу простіших закономірностей, значення F_R апроксимовано поліномами 20-го степеня (рис.2.2.8).

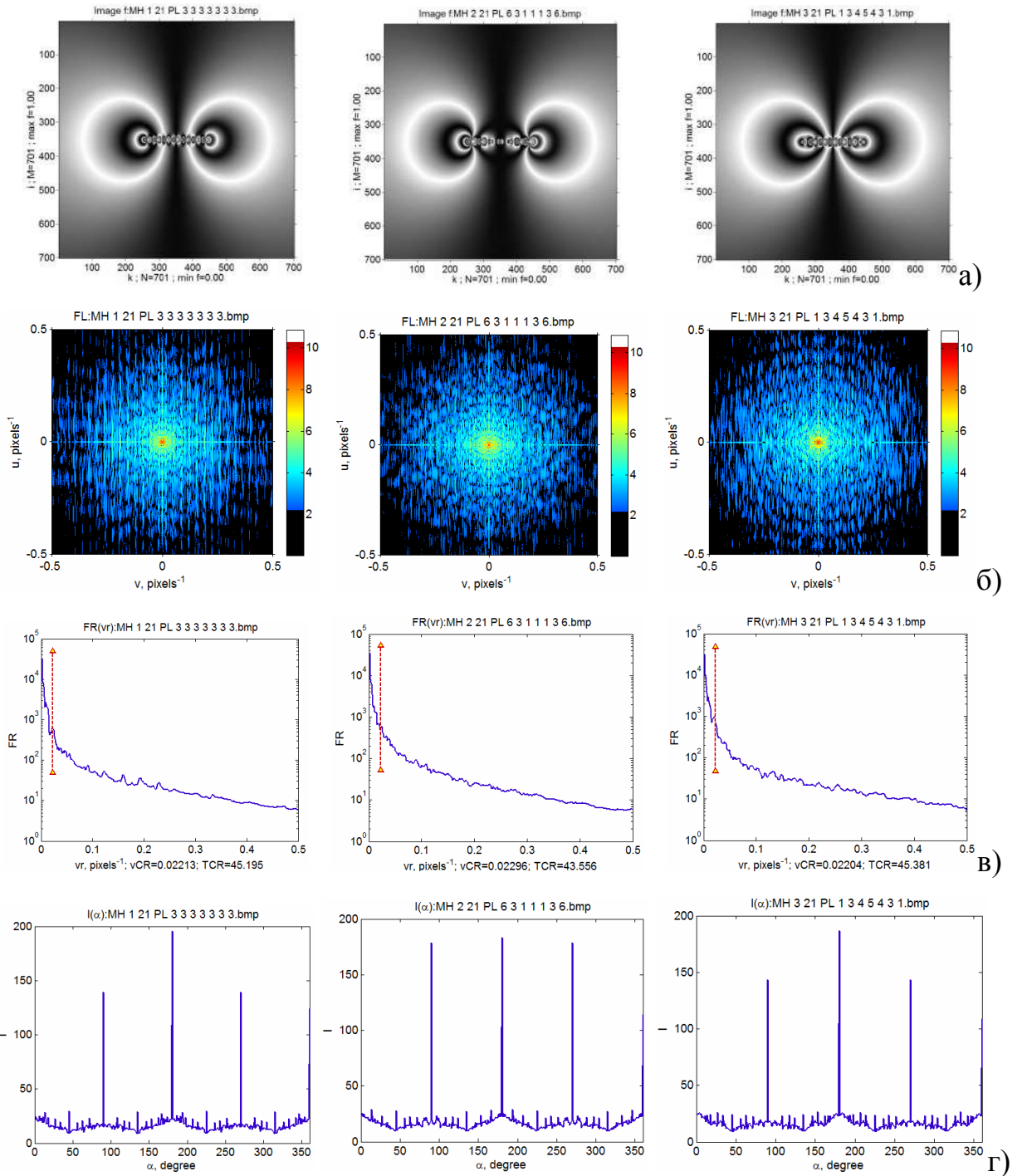


Рис. 2.2.5. а) Муарові зображення f при $P_{NL} = 21$, б) амплітудні спектри Фур'є зображень на рис.2.2.5 а), $F_L = \ln(C_L + F_A)$ /у псевдокольорах, в) розподіли F_R для спектрів Фур'є F_A , v_{CR} – середня радіальна частота розподілу F_R , г) індикатриси $I(\alpha)$ для спектрів Фур'є F_A (рис.2.2.5б)

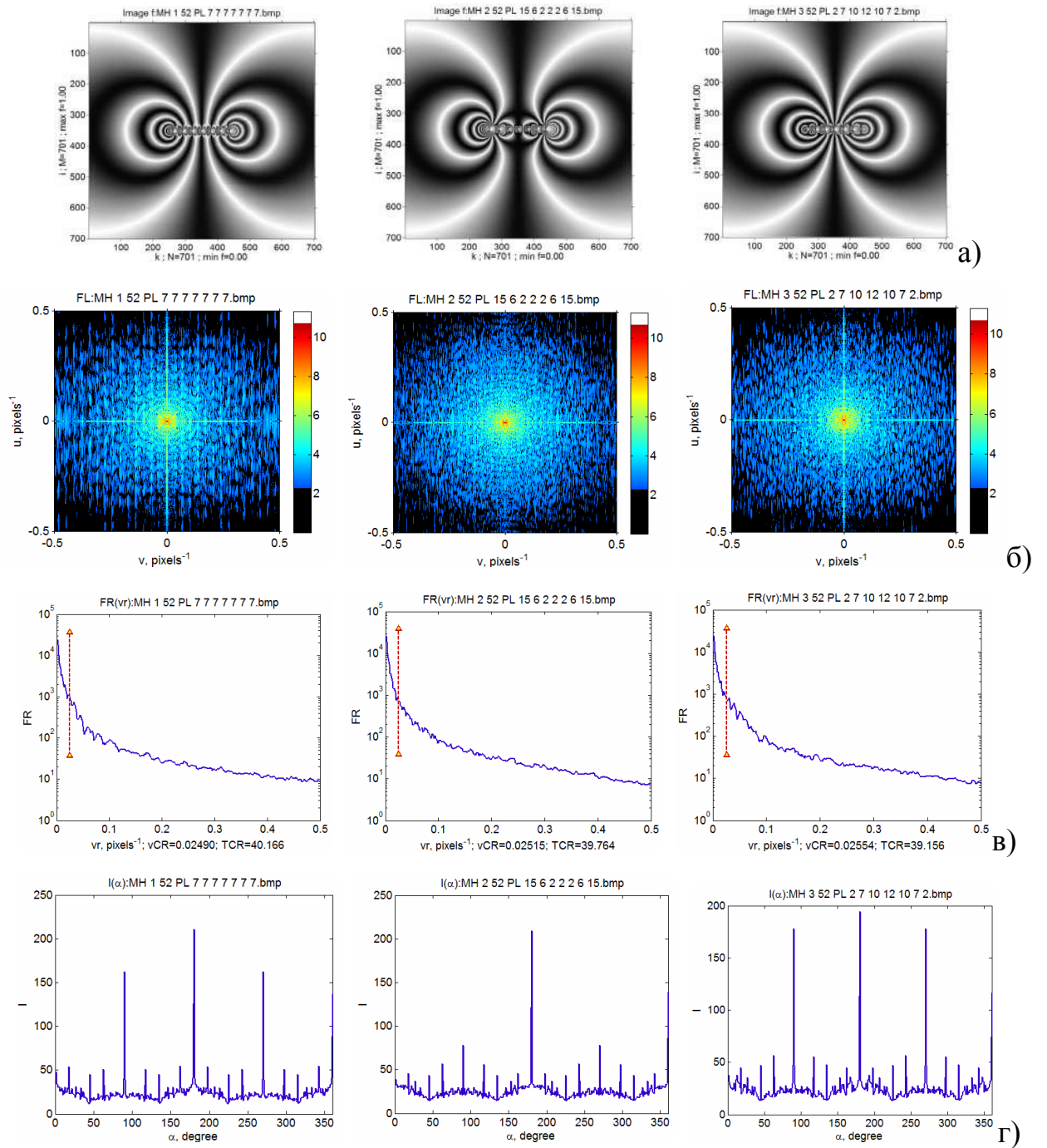


Рис. 2.2.6. а) Муарові зображення f при $P_{NL} = 52$, б) амплітудні спектри Фур'є зображень на рис.2.2.6 а), $F_L = \ln(C_L + F_A)$ /у псевдокольорах, в) розподіли F_R для спектрів Фур'є F_A , v_{CR} – середня радіальна частота розподілу F_R , г) індикатриса $I(\alpha)$ для спектрів Фур'є F_A (рис.2.2.6б)

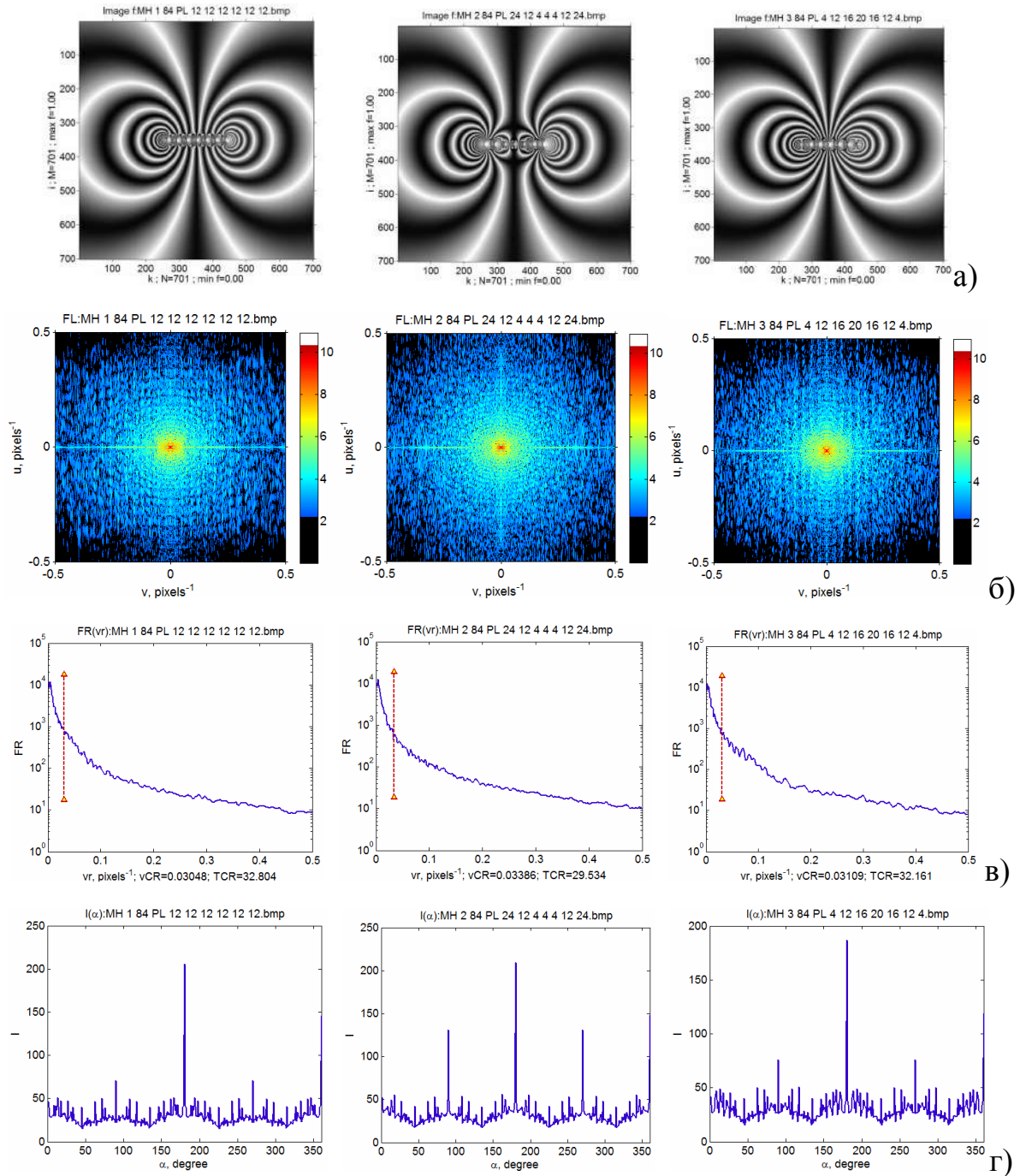


Рис. 2.2.7. а) Муарові зображення f при $P_{NL} = 84$, б) амплітудні спектри Фур'є зображень на рис.2.2.7 а), $F_L = \ln(C_L + F_A)$ /у псевдокольорах, в) розподіли F_R для спектрів Фур'є F_A , v_{CR} – середня радіальна частота розподілу F_R , г) індикатриса $I(\alpha)$ для спектрів Фур'є F_A (рис.2.2.7б)

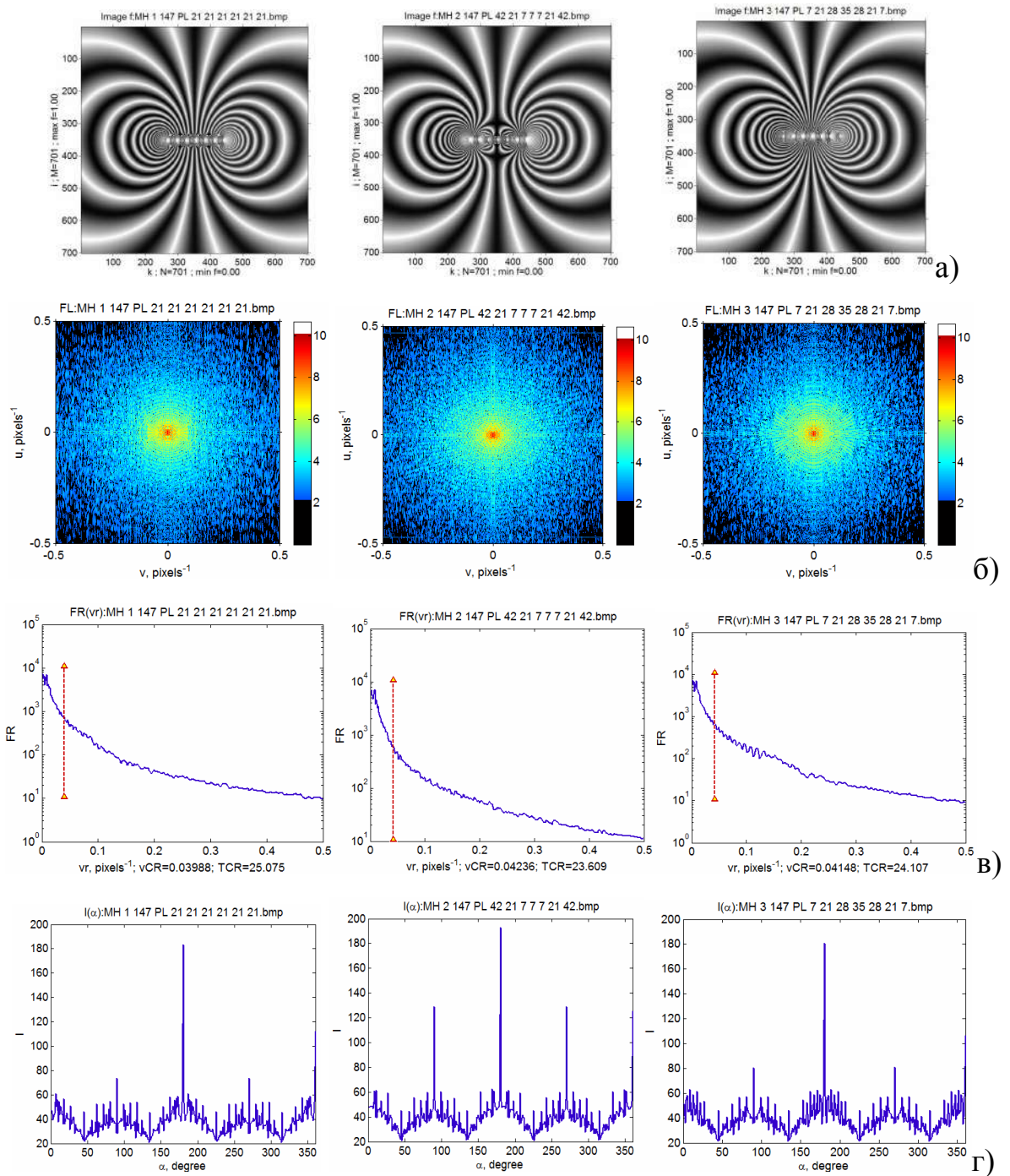


Рис. 2.2.8. а) Муарові зображення f при $P_{NL} = 147$, б) амплітудні спектри Фур'є зображень на рис.2.2.8 а), $F_L = \ln(C_L + F_A)$ /у псевдокольорах, в) розподіли F_R для спектрів Фур'є F_A , v_{CR} – середня радіальна частота розподілу F_R , г) інди-
катриса $I(\alpha)$ для спектрів Фур'є F_A (рис.2.2.8б)

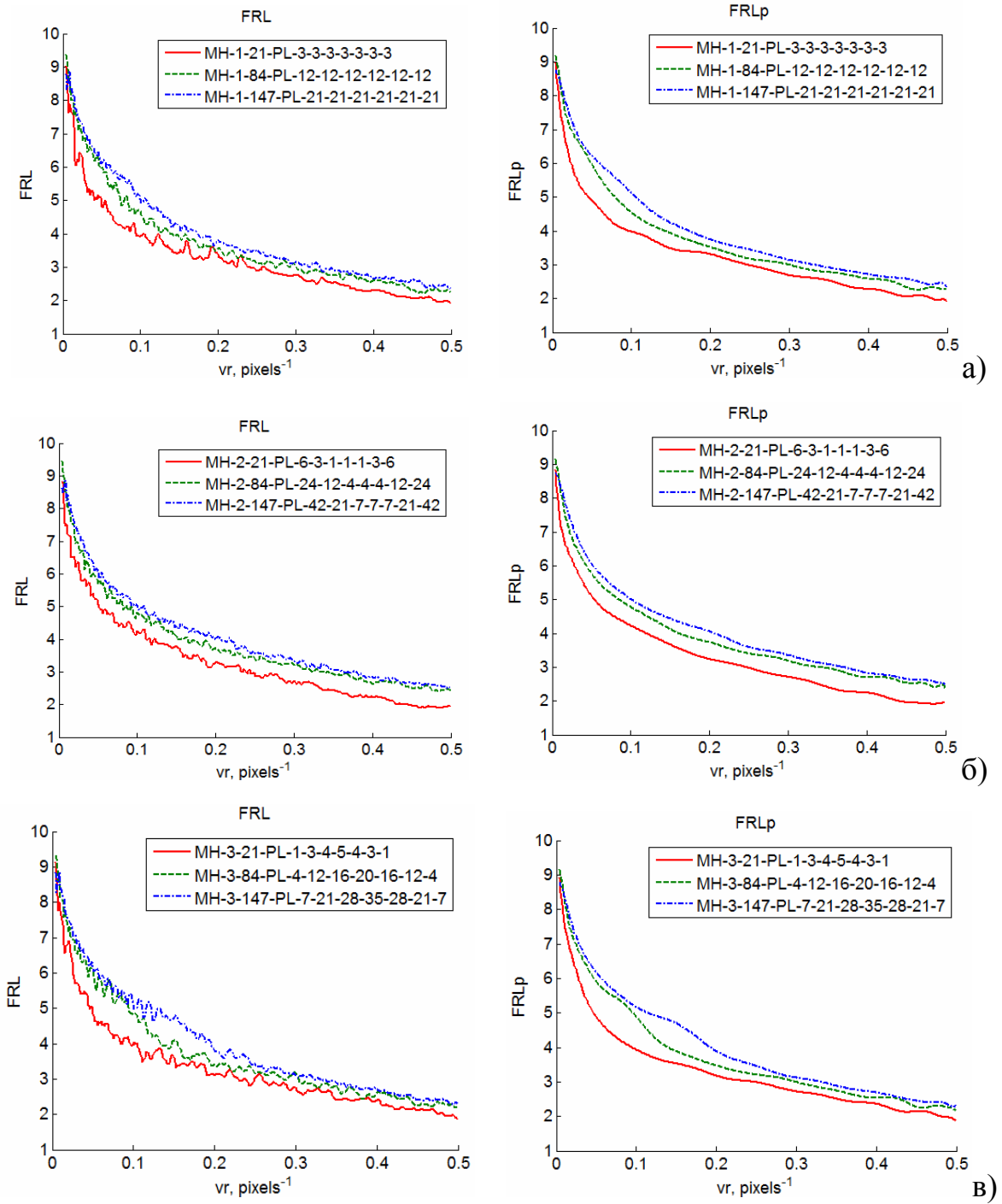


Рис. 2.2.9. Радіальні розподіли F_R для F_A (рис.2.2.5б-рис.2.2.8б), згруповані за формою розподілів: а) S_1 , б) S_2 , в) S_3 . F_{RL} – радіальні розподіли F_R у логарифмічному масштабі; F_{RLp} – F_{RL} апроксимовані поліномами 20-го степеня

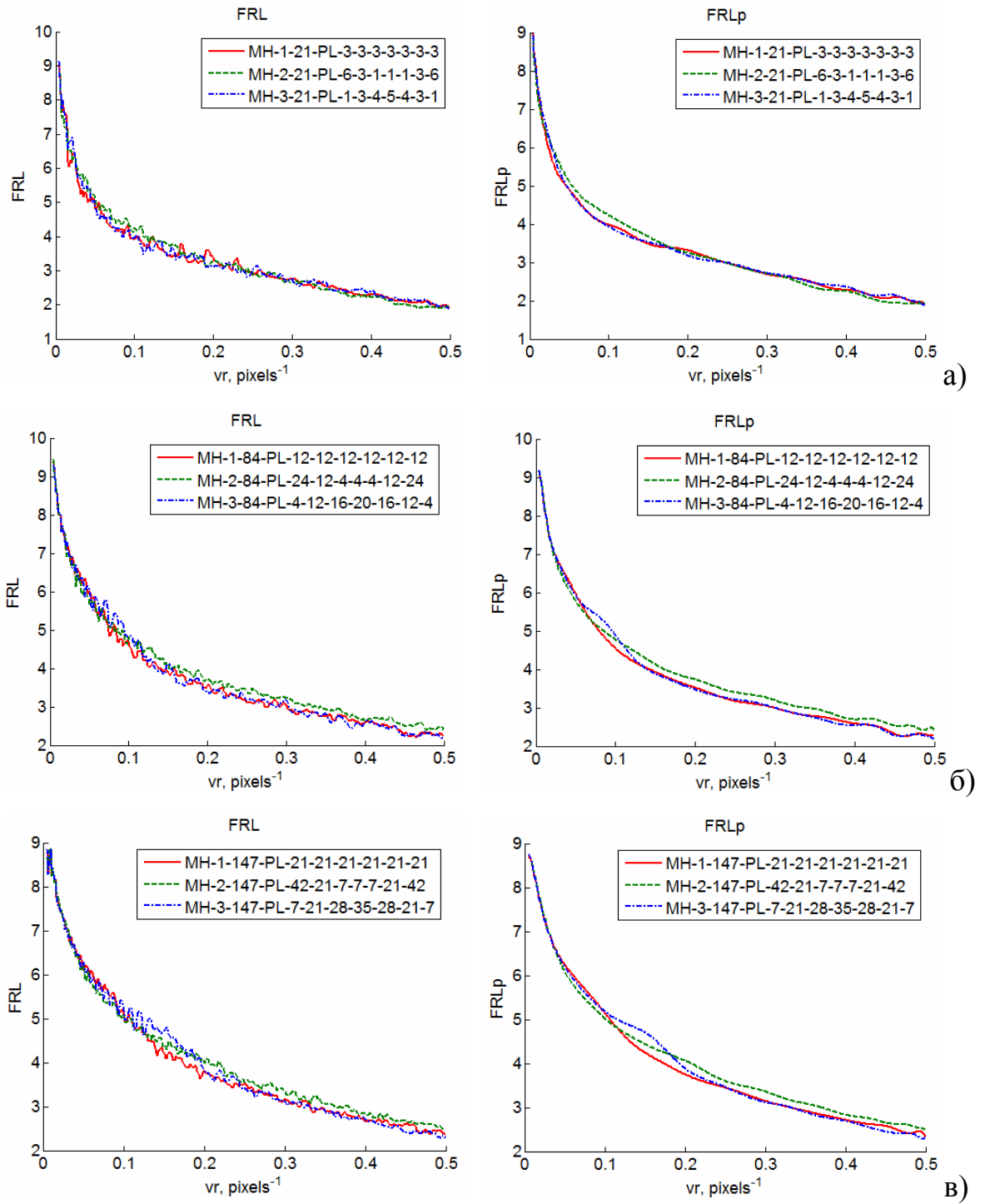


Рис. 2.2.10. Радіальні розподіли F_R для F_A (рис.2.2.5б-рис.2.2.8б), згруповані за сумою сил: а) сума сил $P_{NL} = 21$, б) $P_{NL} = 84$, в) $P_{NL} = 147$, $F_{RL} - F_R$ у логарифмічному масштабі; $F_{Rlp} - F_{RL}$ у логарифмічному масштабі, апроксимовані поліномами 20-го степеня

Для амплітудних спектрів Фур'є F_A (рис.2.2.5-рис.2.2.8) обчислено також їх індикатриси $I(\alpha)$ (рис.2.2.5г-рис.2.2.8г), тобто кутові розподіли інтенсивності спектрів Фур'є F_A . На отриманих індикатрисах спостерігаються значні піки інтенсивності для кутів, кратних 90° , через ефекти дискретизації для прямокутного растру цифрового муарового зображення. Спостерігається певна залежність форми індикатрис $I(\alpha)$ від суми сил P_{NL} . До форми розподілу сил найбільш чутлива центральна частина індикатриси.

Оскільки на муарових зображеннях відсутні прямі смуги, які б давали характерні максимуми на індикатрисах, то для аналізу амплітудних спектрів Фур'є F_A муарових зображень більш доцільним є аналіз не кутових розподілів, а радіальних (рис.2.2.9 та рис.2.2.10).

На отриманих радіальних розподілах F_R спостерігається чітка залежність значень розподілів від P_{NL} (рис. 2.2.9), проте залежність значень F_R від форми розподілу джерел сил є незначною у центральній та довгохвильовій області (рис.2.2.10).

Проведений аналіз вказує на залежність амплітудних спектрів Фур'є F_A та їх радіальних розподілів F_R від сумарних значень сил P_1-P_N , які спричинюють деформаційні поля у кристалах. Інтегральні параметри спектрів, такі як їх середня радіальна частота, чутливі у першу чергу до суми сил P_{NL} . Тому для отримання розподілу сил доцільно провести аналіз енергетичних спектрів Фур'є для муарових зображень, при цьому на радіальних розподілах енергетичних спектрів потрібно аналізувати окремі діапазони частот (низькі, середні, високі).

Отже, двомірне пряме дискретне швидке перетворення Фур'є муарових розподілів інтенсивності дозволяє за характерними особливостями спектрів Фур'є та їх розподілів оцінити значення можливого розподілу сил, які спричинюють деформації кристалів.

2.3. Висновки до розділу 2

1. На інтерференційних розподілах інтенсивності в залежності від потужності зосереджених сил спостерігаються, як правило дві системи деформаційних муарових смуг, які формуються в перехідних по знаку областях (стиск-розтяг). Перша система муарових смуг локалізується поблизу дії зосереджених сил, де максимальна швидкість зміни фази (деформації).

2. Наявність фазового муару призводить до зміни (крім центральної зосередженої сили) чергування контрасту в системі світло-темних смуг інтенсивності, і який, в той же час, є своєрідним зондом, за допомогою якого можна оцінити не тільки потужність крайніх зосереджених сил зі зміни періодів муарових смуг, а також визначити характер убуття сумарного деформаційного поля. Форма муарових смуг відображає загальне поле зміщень $\bar{U}(\vec{r})$, утворене дією ряду зосереджених сил.

3. Зменшення зворотної величини періоду муарових смуг $\Lambda(x)$ при видаленні від крайньої зосередженої сили в ряду відображає залежність сумарного деформаційного поля $\partial U_x(x)/\partial x$ і має гіперболічний характер спадання.

4. У випадку дії локальної зосередженої сили, направленої перпендикулярно до вихідної поверхні кристалу і вектору дифракції із побудованих перерізів функції локальних розорієнтацій $\alpha(\vec{r})$ слідує, що асиметрія $\alpha(\vec{r})$ на вихідній поверхні кристалу та в площині розсіяння визначається різною кількістю ліній нульових значень локальних розорієнтацій ротаційної і дилатаційної складових, що розділяють різнознакові області. Причому внесок ротаційної складової є переважаючим при формуванні дифракційних зображень при дії зосередженої сили на секційних і проекційних топограмах.

5. У випадку наявності в кристалі структурного муару на топограмах спостерігаються два типи конкуруючих між собою муарових смуг: муарові смуги, зумовлені постійним фазовим зсувом інтерферуючих хвиль в аналізаторі інтерферометра по відношенню до перших двох пластин; та смуги деформаційної природи, що виникають внаслідок функціональної залежності різ-

ниці фази від деформаційного поля зосередженої сили. Область ефективної взаємодії двох сімейств муарових смуг залежить не тільки від величини прикладеної сили.

6. Аналіз амплітудних спектрів Фур'є F_A та їх радіальних розподілів F_R від сумарних значень сил P_1-P_N , показує, що інтегральні параметри спектрів, такі як їх середня радіальна частота, чутливі у першу чергу до суми сил P_{NL} . Водночас, для отримання розподілу сил доцільно провести аналіз енергетичних спектрів Фур'є для муарових зображень, при цьому на радіальних розподілах енергетичних спектрів потрібно аналізувати окремі діапазони частот (низькі, середні, високі).

Отже, двомірне пряме дискретне швидке перетворення Фур'є муарових розподілів інтенсивності дозволяє за характерними особливостями спектрів Фур'є та їх розподілів оцінити значення можливого розподілу сил, які спричинюють деформації кристалів.

РОЗДІЛ 3.

ОБЕРНЕНА ЗАДАЧА. АНАЛІЗ МУАРОВОГО X-ПРОМЕНЕВОГО ЗОБРАЖЕННЯ ДЕФОРМОВАНИХ КРИСТАЛІВ ЗА РАДІАЛЬНИМ РОЗПОДІЛОМ ЕНЕРГЕТИЧНОГО СПЕКТРУ ФУР'Є

В даному розділі на основі методу енергетичного спектру Фур'є представлено нові підходи до аналізу експериментальних муарових картин, отриманих за допомогою X-променевого *LLL*-інтерферометра. Різна чутливість до характеру розподілу локальних джерел деформацій у низько- та високочастотних діапазонах частот радіальних розподілів енергетичних спектрів муарових зображень створила нові можливості визначення величини сумарної деформації та їх розподілу в кристалі.

3.1. Вступ

На формування муарової картини, як правило, впливає багато факторів – макро- та мікро деформаційні поля, що зумовлені структурною недосконалістю та неоднорідністю кристалічних блоків інтерферометра та відхиленнями їх геометричних характеристик (порушення плоскопаралельності пластин, їх кристалографічної розорієнтації та ін.) [2]. Це, як правило, зумовлює неоднозначність у трактуванні муарових зображень деформаційних полів від окремих дефектів та їх комплексів. Причиною цього також є і так звана фазова проблема, яка виникає при інтерференції когерентних пучків X-променів, які проходять у різних за структурними порушеннями областях кристалу [72].

Тому, пошук нових методів аналізу муарових картин та встановлення механізмів формування муарових розподілів інтенсивності має важливе значення, оскільки дозволяє уникати помилкових тлумачень складних інтерференційних картин і значно полегшує визначення діючих залишкових джерел деформацій [2, 64, 70, 72, 76, 77, 84, 103, 104].

У даному розділі представлено нові підходи до аналізу експериментальних муарових картин, отриманих за допомогою *LLL*-інтерферометра вна-

слідок дії зосереджених сил на вихідну поверхню кристала-аналізатора. Розглянуто нові можливості підвищення ступеню однозначності та точності визначення деформацій кристалу при аналізі муарових розподілів інтенсивності за допомогою методу енергетичного спектру Фур'є [108-110, 113]. Встановлено взаємозв'язок між змінами періодів муарової картини та сумарним значенням локальних зосереджених сил, які діють на вихідну пластину інтерферометра.

3.2. Теоретичні співвідношення

Розвиток динамічної теорії X -хвиль на даний час дозволяє провести необхідні чисельні моделювання муарових картин із заданим полем деформацій [103, 104, 110, 114-116]. За такого підходу при аналізі експериментальних муарових картин можна отримати необхідну кількісну інформацію про джерела залишкових або діючих деформацій та їх розподіл, а також про характер їх можливого взаємовпливу [104].

У розділі 2 проведено теоретичний аналіз впливу різних розподілів джерел сил на формування муарової картини величини зосереджених (локальних) сил, що діють паралельно вектору дифракції \vec{H} на вихідну поверхню аналізатора LLL -інтерферометра (рис.3.2.1).

В даному розділі для дослідження механізмів формування муарових картин використано співвідношення приведені в розділі 2, а також числовий розв'язок системи диференціальних рівнянь гіперболічного типу (рівнянь Такагі) [87, 88]. Напрямок дії і характером просторового розміщення локальних сил (рис.3.2.2) на поверхні кристала можна моделювати поля пружних напружень і деформацій, які можуть виникати в разі нанесення подряпин або джерел дислокаційних скупчень [77, 84, 103, 104].

На рис. 3.2.3 розрахована серія X -променевих муарових зображень $R_h(x,y)$ при дії N зосереджених сил на вихідну поверхню аналізатора LLL -інтерферометра. Зосереджені сили в ряді розміщені через 800 мкм паралельно вектору дифракції вздовж відрізка прямої (рис.3.2.1).

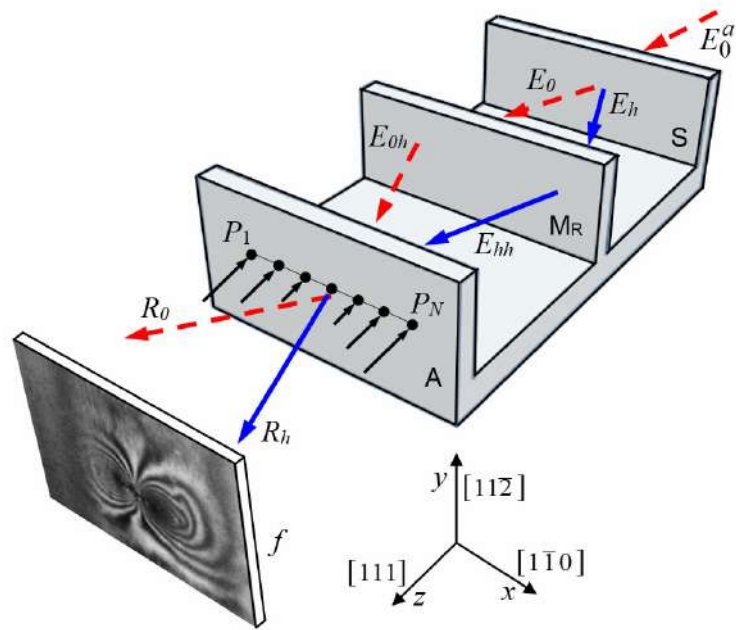


Рис. 3.2.1. Схема X -променевого LLL -інтерферометра [2]: E_{0h} , E_{hh} – дифраговані пучки після дзеркала M_R , R_h , R_0 – вихідні пучки інтерферометра, які формують муарове зображення R_h [64]; P_1 - P_N – зосереджені сили

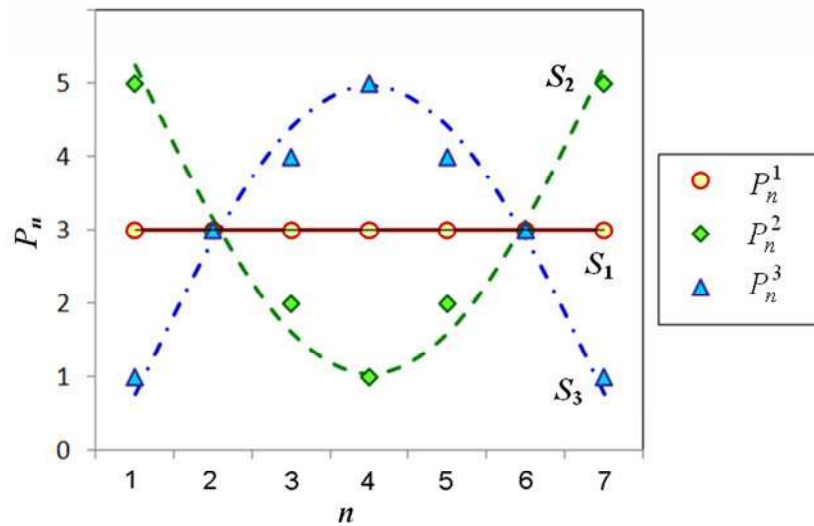


Рис. 3.2.2. Розподіли зосереджених сил P_n^1 , P_n^2 та P_n^3 (з формами S_1 , S_2 та S_3) в рядах при сумарній величині сил $P_{NL}=21$; n – номер локальної сили; маркерами відзначені значення локальних навантажень в рядах, для яких розраховані муарові картини на рис.3.2.3

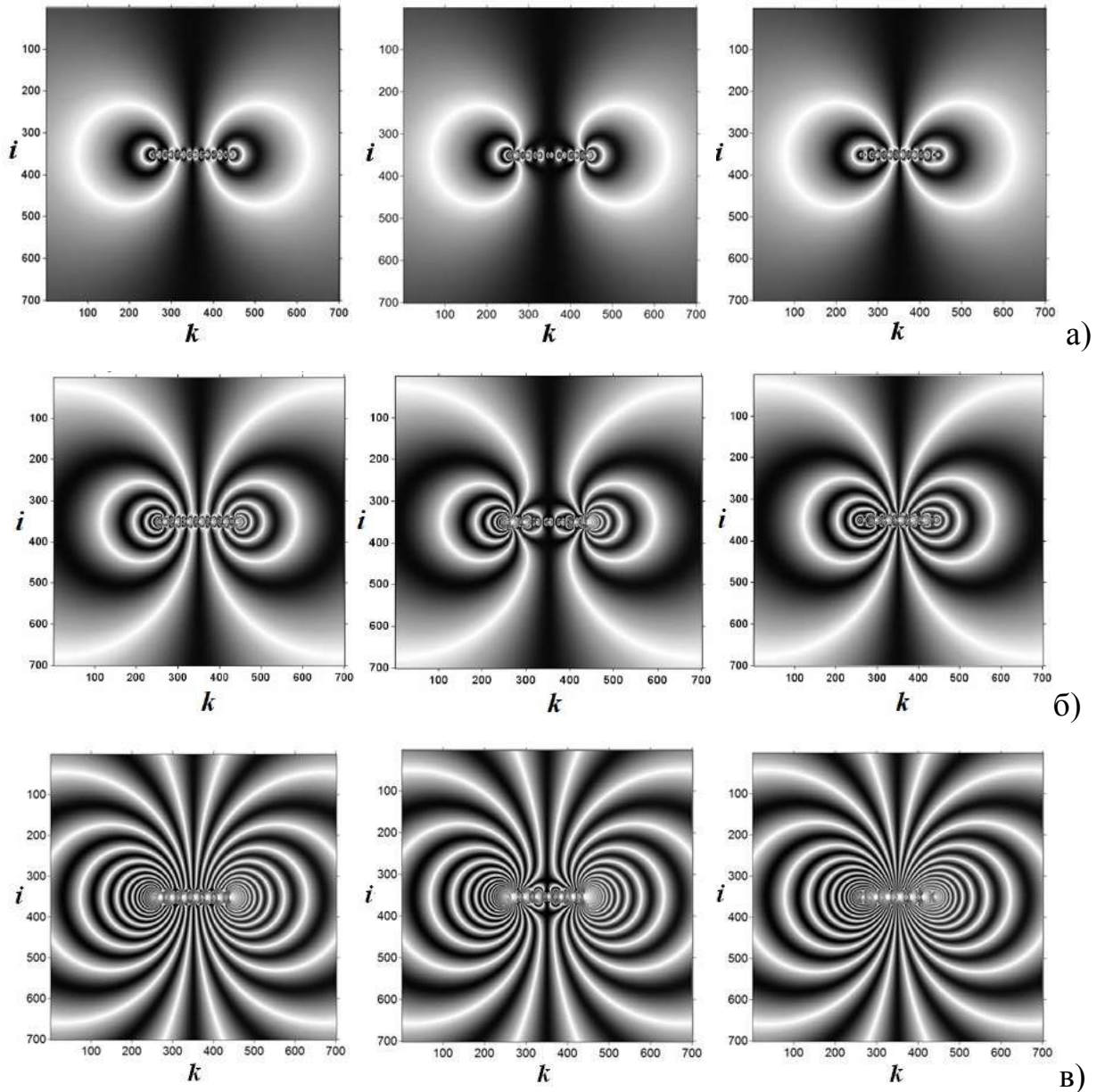


Рис. 3.2.3. Фрагмент серії X-променевих муарових зображень, які представлені у вигляді матриць $f(i,k)$ для розподілів зосереджених сил P_n^1 , P_n^2 та P_n^3 (з формами S_1 , S_2 та S_3 відповідно) при P_{NL} : а) 21; б) 52; в) 147

При сумі N таких сил, наприклад, $P_{NL} = 100$ у відносних одиницях (фігурують у підписах до рис.3.2.2-3.2.5), значення $P_d = 0,08$ Н, що відповідає області слабких деформацій [84].

Розподіли локальних сил P_n в ряді апроксимовано синусоїдами:

$$P_n = \left(A_{Pt} \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot (n-1)}{T_{P-1}}\right) + 0.5 - a_{PN} \right) \cdot \frac{2P_{NL}}{N}, \quad (3.2.1)$$

де n – номер локальної сили, $n = 1, \dots, N$; $T_P = 2N-1$ – період синусоїди, яка описує розподіл сил; A_{P_t} – теоретична амплітуда синусоїди, P_{NL} – сума зосереджених сил в ряді; $a_{PN} = \frac{1}{N} \sum_{n_1=1}^N A_{P_t} \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot (n_1-1)}{T_P-1}\right)$ – середнє арифметичне N значень синусоїди з амплітудою A_{P_t} .

Для зручності аналізу розглянемо три серії муарових зображень (рис.3.2.3) для наступних форм розподілів локальних сил: S_1 – рівномірний, S_2 – мінімальне значення сили в центрі та S_3 – максимальне значення сили в центрі розподілу, які позначаються P_n^1 , P_n^2 та P_n^3 відповідно (рис.3.2.2).

3.3. Енергетичні спектри муарових зображень

Для здійснення Фур'є перетворень та обчислення енергетичних спектрів муарові зображення $R_h(x,y)$ (рис.3.2.3) представлялись у вигляді цифрових матриць $f = (f(i,k))$, де $i = 1, \dots, M_i$, $k = 1, \dots, N_k$; M_i – висота та N_k – ширина зображення у пікселях.

X -променеві муарові зображення $R_h(x,y)$ (рис.3.2.3) суттєво залежать від величини і характеру розподілу локальних сил (рис.3.2.2). На сьогодні ще існує проблема вирішення оберненої задачі – визначення з муарових зображень величини залишкових деформацій, які їх породили. Нами пропонується метод, який дозволяє розв'язати дану проблему. Суть методу полягає в установленні взаємозв'язку між значеннями середніх просторових частот енергетичних спектрів муарових зображень $f(i,k)$ та сумарною силою P_{NL} .

Енергетичний спектр P_S або спектральна густина визначається через квадрат модуля F_C [110]:

$$P_S = |F_C|^2. \quad (3.3.1)$$

Оскільки коефіцієнт Фур'є для нульової частоти значно переважає за модулем коефіцієнти для інших частот, тому для кращої візуалізації спектр Фур'є F_{CA} та енергетичний спектр Фур'є P_S перетворюються до логарифмічного масштабу за формулами:

$$F_{CL} = \ln(C_L + F_{CA}), P_{SL} = \ln(C_L + P_S), \quad (3.3.2)$$

де C_L – константа, якою можна коректувати кольорову гамму при візуалізації (за замовчуванням $C_L = 1$).

Енергетичний спектр описується середнім арифметичним значенням $m_{P_{sg}}$, яке визначається без врахування постійної складової яскравості зображення (нульової частоти). Значення $m_{P_{sg}}$ залежить від амплітудних параметрів зображення, а відповідно частково залежить від експериментальних умов отримання зображення. Тому для отримання сил (які спричинюють деформації досліджуваних кристалів) доцільно використовувати частотні параметри зображень.

3.3.1. Радіальний розподіл для енергетичного спектру та його середня просторова частота

У випадку одновимірного дискретного енергетичного спектру P_s (power spectrum) середня частота обчислюється за формулою [113]:

$$f_C = \frac{\sum_{i=2}^M f(i) \cdot P_s(i)}{\sum_{i=2}^M P_s(i)}, \quad (3.3.3)$$

де $f(i)$ – значення частоти з індексом (bin) i ; $P_s(i)$ – значення енергетичного спектру з індексом i , M – кількість значень енергетичного спектру. Постійна складова $f(1)=0$ при обчисленні середньої частоти не враховується.

Для енергетичного спектру P_s обчислюється його радіальний розподіл $F_R(d)$ (рис. 3.3.2), де d – номер радіальної частоти, $d = 1, \dots, N_R$, $N_R = \max(M, N)$; номеру радіальної частоти d відповідає значення радіальної частоти

$$v_r = \frac{d-1}{N_R}. \quad (3.3.4)$$

Отриманий радіальний розподіл P_{RL} апроксимується поліномом P_{RLp} степені $n_{pw} = 7$ за методом найменших квадратів [115, 116], в результаті чого отримується апроксимований радіальний розподіл в логарифмічному масштабі

$$P_{RLp}(v_r) = \sum_c^{npw} k_{PRL}(c) \cdot v_r^c, \quad (3.3.5)$$

де k_{PRL} – коефіцієнти поліному P_{RLp} , $k_{PRL} = (k_{PRL}(c), c = 0, \dots, npw)$.

Для кожного радіального розподілу обчислюють середню квадратичну різницю R_{qd} між радіальним розподілом в логарифмічному масштабі P_{RL} і поліномом P_{RLp} (3.3.5), який апроксимує P_{RL} , за формулою:

$$R_{qd} = \sqrt{\frac{1}{N_R} \sum_{d=1}^{N_R} (P_{RL}(d) - P_{RLp}(d))^2}, \quad (3.3.6)$$

Середня радіальна просторова частота обчислюється на основі радіального розподілу $P_R(d)$ енергетичного спектру [113, 114]:

$$\bar{v}_R = \frac{\sum_{d=2}^{N_R} P_R(d) \cdot v_r(d)}{\sum_{d=2}^{N_R} P_R(d)}, \quad (3.3.7)$$

де постійна складова $P_R(1)$ при обчисленні середньої частоти не враховується.

Відповідно середній радіальний просторовий період \bar{T}_R визначається як:

$$\bar{T}_R = \frac{1}{\bar{v}_R}, \quad (3.3.8)$$

Для визначення періоду \bar{T}_R муарових зображень була створена відповідна програма Image_Profile_14, інтерфейс якої наведено на рис.3.3.3.

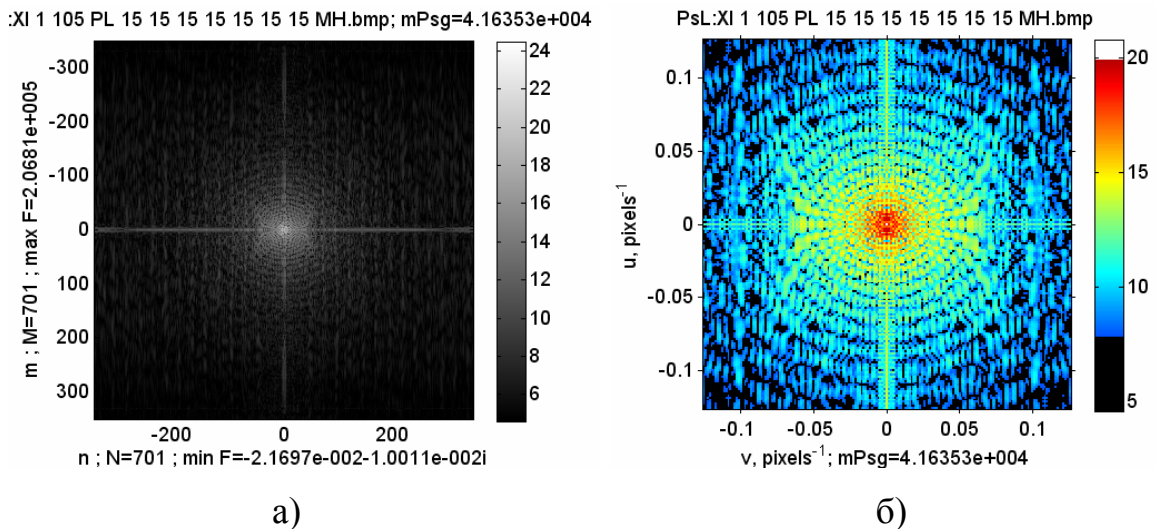


Рис. 3.3.1. Енергетичний спектр P_s (в логарифмічному масштабі) початкового зображення f : а) в системі координат mn ; б) в системі координат uv

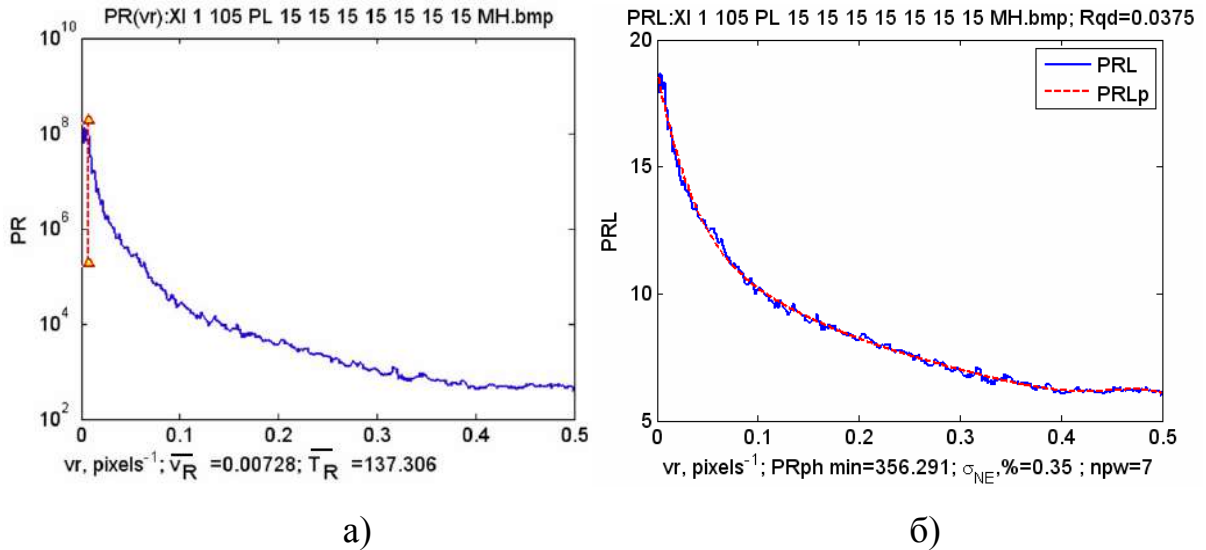


Рис. 3.3.2. Радіальні розподіли P_R енергетичного спектру Фур'є P_S :

а) радіальний розподіл з відміченою маркерами середньою частотою $\bar{\nu}_R$;

б) радіальний розподіл P_{RL} у логарифмічному масштабі та поліном P_{RLp} , який його описує

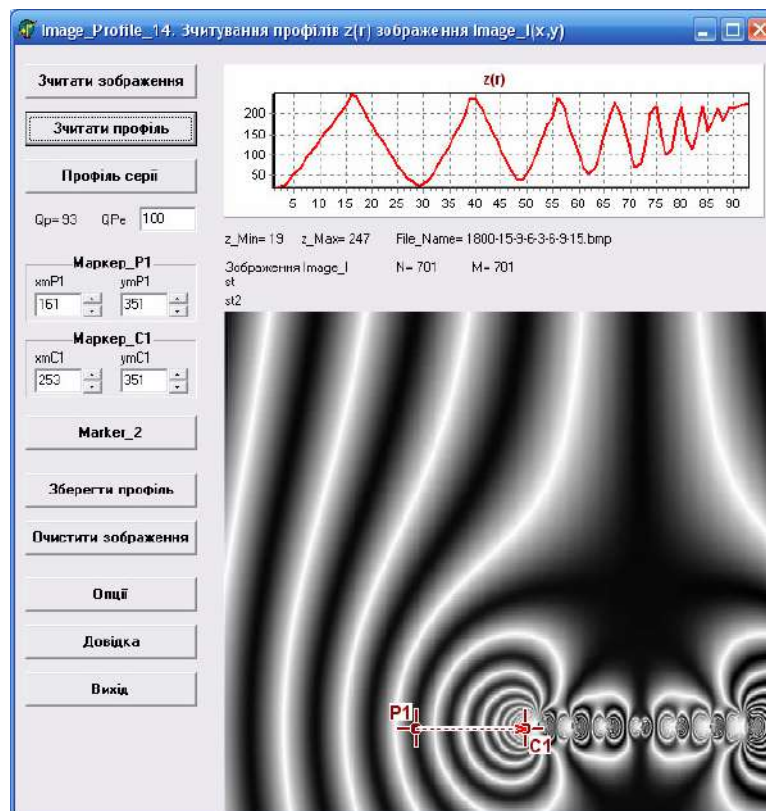


Рис. 3.3.3. Визначення середнього періоду \bar{T}_R муарових смуг за допомогою програми Image_Profile_14

Зазначимо, що середня радіальна просторова частота $\bar{\nu}_R$ радіального розподілу P_R не залежить від експериментальних умов отримання зображення, на відміну від значень радіального розподілу P_R для певної частоти (рис.3.3.1-3.3.2).

На зображеннях в більшості випадків присутній високочастотний шум, який проявляється на радіальних розподілах P_R у вигляді фону, особливо при високих просторових частотах $\nu_r > 0,2$ пікселів⁻¹. Така шумова складова радіальних розподілів P_R приводить до спотворення розрахованих значень середньої просторової частоти $\bar{\nu}_R$ (3.3.7). Тому для обчислення уточненої середньої частоти $\bar{\nu}_R$ на радіальних розподілах P_R шумова складова видаляється.

В якості моделі шуму використано адитивний білий гаусовий шум (Additive White Gaussian Noise – AWGN). Шум в моделі AWGN далі будемо спрощено називати гаусовим шумом. Рівень гаусового шуму описується його середнім квадратичним відхиленням (СКВ) σ_N . Згідно моделі AWGN густина розподілу ймовірності (Probability density function – PDF) шуму описується формулою:

$$P_{DF}(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_N} \exp\left(-\frac{(z - z_C)^2}{2\sigma_N^2}\right), \quad (3.3.9)$$

де z – яскравість зображення, z_C – математичне сподівання шуму, σ_N – СКВ шуму; квадрат СКВ шуму називається дисперсією $D_N = \sigma_N^2$.

На радіальних розподілах $P_R(\nu_r)$ при частотах $0,2 \leq \nu_r \leq \nu_{rMax}$ переважає шум, тому для визначення рівня шуму виконується апроксимація високочастотної ділянки $P_R(\nu_r)$ за допомогою поліному першої степені P_{RLp} . Оскільки значення високочастотної ділянки $P_R(\nu_r)$ змінюються експоненційно, то апроксимація виконується не безпосередньо для значень P_R , а для їх логарифмів P_{RL} . У результаті такої апроксимації на розподілі P_R рівню шуму відповідає значення поліному P_{RLp} при $\nu_r = \nu_{rMax}$ (для частоти ν_{rMax} переважання шумової складової над корисним сигналом проявляється найсильніше). Викори-

стання поліному дозволяє зменшити вплив випадкових змін P_R на визначення рівня шуму (рис.3.3.2). Відповідно до теореми Парсеваля експериментальне СКВ гаусового шуму дорівнює:

$$\sigma_{NE} = \frac{1}{\sqrt{M \cdot N}} P_{Rp}(v_{rMax}), \quad (3.3.10)$$

Отримані значення СКВ σ_{NE} гаусового шуму використані для корекції радіального розподілу P_R при обчисленні середньої частоти \bar{v}_R . Корекція полягає у відніманні від розподілу P_R постійної складової $P_{Rp}(v_{rMax})$, яка відповідає СКВ σ_{NE} гаусового шуму. Така корекція зменшує вплив шуму на значення середньої частоти \bar{v}_R і середнього періоду \bar{T}_R (рис. 3.3.2).

3.4. Аналіз муарових картин за допомогою параметрів енергетичного спектру

Для кількісного аналізу представлених на рис.3.2.3 муарових картин виділено 5 груп ($Q_{FNm} = 5$) муарових зображень, для яких значення сумарних теоретичних лінійних навантажень P_{NL}^t співпадають (табл.3.4.1). Кожна група складається з $Q_{Im} = [Q_I / Q_{FNm}]$ зображень, описується середнім сумарним теоретичним лінійним навантаженням P_{NL}^t (табл.3.4.1) і середнім параметром спектру P_{sPm} (середньою частотою \bar{v}_{Rm} для групи зображень).

Таблиця 3.4.1

Значення сумарних навантажень P_{NL}^t та параметрів спектру P_{sPm} муарового зображення для груп зображень з однаковими значеннями P_{NL}^t

n_F	1	2	3	4	5
P_{NL}^t	21	52	84	105	147
$P_{sPm} / \bar{v}_{Rm}, 10^{-3}$	2,084	3,174	5,977	7,125	9,784
$P_{sPa}, 10^{-3} (P_W = 2)$	1,874	3,695	5,675	7,029	9,871

На основі множини $Q_I = 15$ еталонних зображень залежність $P_{SP}(P_{NL})$ параметрів спектру зображення від сумарних лінійних навантажень описується матрицею (таблицею) значень $mP'_{NL} = P'_{NL}(n_F)$, $mP_{sPm} = P_{sPm}(n_F)$, де номер групи зображень $n_F = 1, \dots, Q_{FNm}$ (табл.3.4.2, рис.3.4.1).

Таблиця 3.4.2.

Залежність \bar{v}_R зображення та теоретичної суми лінійних навантажень P'_{NL} від номеру n_i для множини картин на рис.3.2.3

n_i	1	2	3	4	5	6	7
$\bar{v}_R, 10^{-3}$	2,076	2,060	2,116	3,193	3,135	3,194	5,981
P'_{NL}	21	21	21	52	52	52	84

n_i	8	9	10	11	12	13	14	15
$\bar{v}_R, 10^{-3}$	6,082	5,868	7,283	6,915	7,177	9,770	9,811	9,772
P'_{NL}	84	84	105	105	105	147	147	147

Отримана залежність параметрів спектру P_{sPm} від сумарних лінійних навантажень P_{NL} апроксимується поліномом (3.4.1) степені $P_W = 2$ за методом найменших квадратів (апроксимація виконується за допомогою програми в модулі «р4_1_Approx_FNLSm») (рис.3.4.2), в результаті чого можливо обчислити апроксимовані параметри спектру P_{sPa} (табл. 3.4.1) для довільних сумарних лінійних навантажень P_{NL} . На основі поліному (3.4.1) також можливо обчислити апроксимовані параметри сумарних лінійних навантажень P_{NL} для довільних параметрів спектру P_{sP} :

$$P_{sP} = \sum_c^{P_W} k_{PS}(c) \cdot (P_{NL})^c, \quad (3.4.1)$$

де k_{PS} – коефіцієнти поліному, $k_{PS} = (k_{PS}(c))$, $c = 0, \dots, n_{pWF}$, $k_{PS}(2) = 4,971607 \cdot 10^{-8}$, $k_{PS}(1) = 5,511167 \cdot 10^{-8}$, $k_{PS}(0) = 6,947750 \cdot 10^{-8}$.

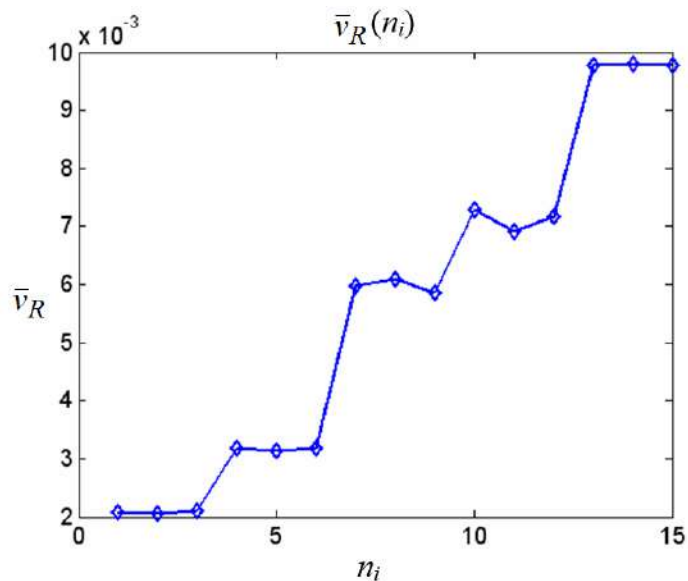


Рис. 3.4.1. Залежність середньої радіальної частоти \bar{v}_R зображення від номеру n_i зображення для множини еталонних зображень (рис.3.2.3)

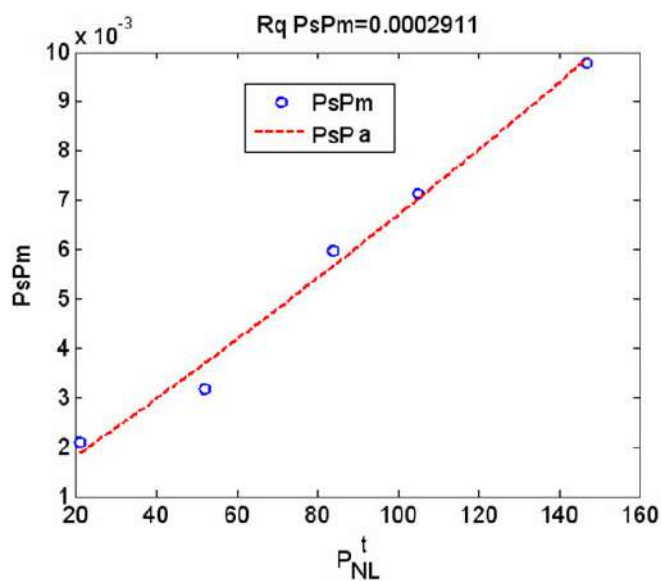


Рис. 3.4.2. Апроксимація параметрів спектру P_{sPm} / \bar{v}_{Rm} від сумарних теоретичних навантажень P_{NL}^t для множини еталонних зображень (табл. 3.4.1)

На радіальних розподілах P_R спостерігається характерна залежність форми розподілу від сумарних сил P_{NL} (рис.3.4.3). Між вибраними для аналізу значеннями сумарної сили P_{NL} і середньої частоти \bar{v}_R існує відповідна кореляція (рис.3.4.4, рис.3.4.5). Значення частот (\bar{v}_{R1} , \bar{v}_{R2} , \bar{v}_{R3}), отриманих для різних розподілів сил (S_1 , S_2 , S_3) при однакових P_{NL} , практично співпадають.

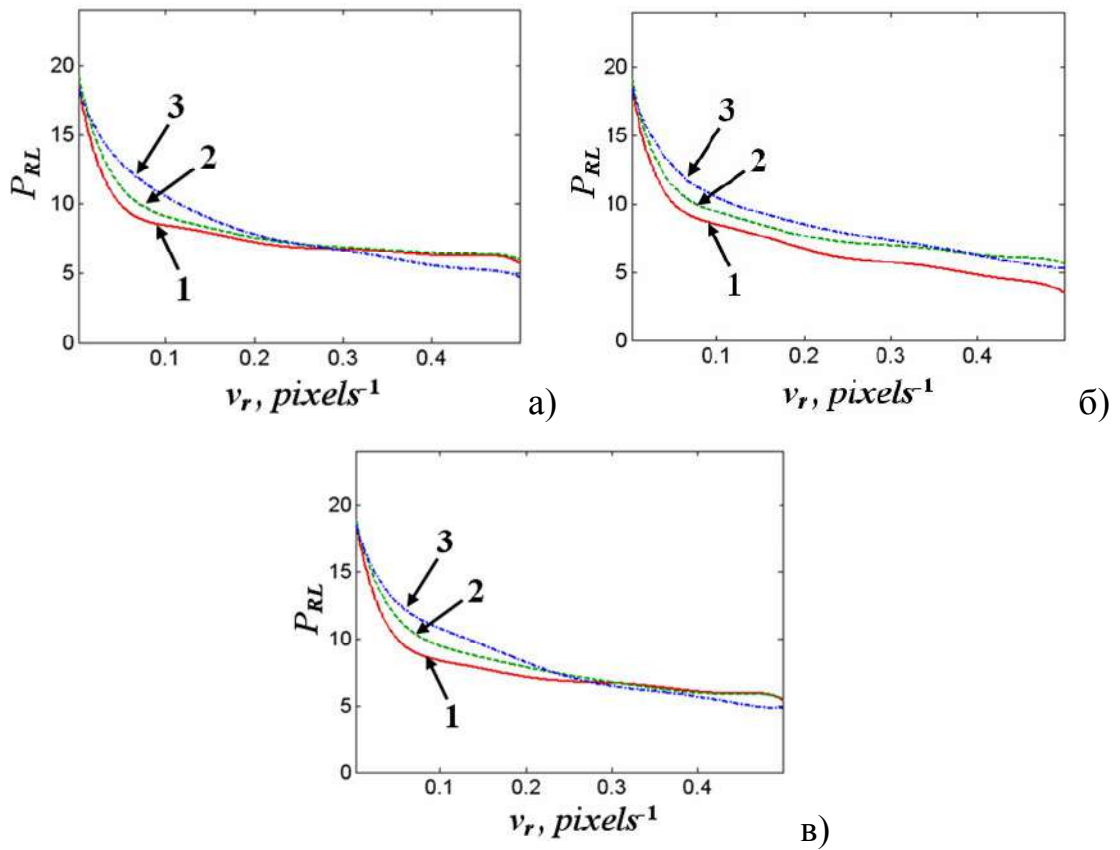


Рис. 3.4.3. Радіальні розподіли P_R (в логарифмічному масштабі та апроксимовані поліномом степеня $n_w = 7$) для енергетичних спектрів P_S :
 а) S_1 ; б) S_2 ; в) S_3 та відповідно сумарних сил P_{NL} : 1 – 21; 2 – 52; 3 – 147

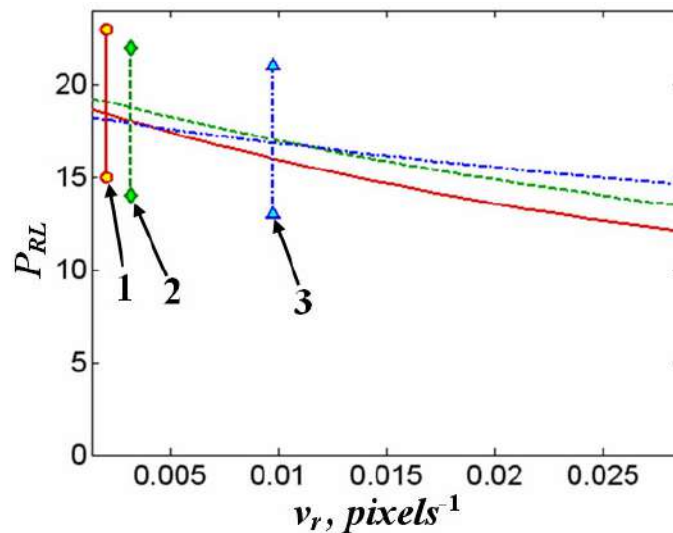


Рис. 3.4.4. Фрагменти радіальних розподілів P_R у логарифмічному масштабі (розподілів S_1 на рис.3.3.2а); маркерами вказані середні радіальні частоти \bar{v}_R для P_{NL} : 1 – 21; 2 – 52; 3 – 147

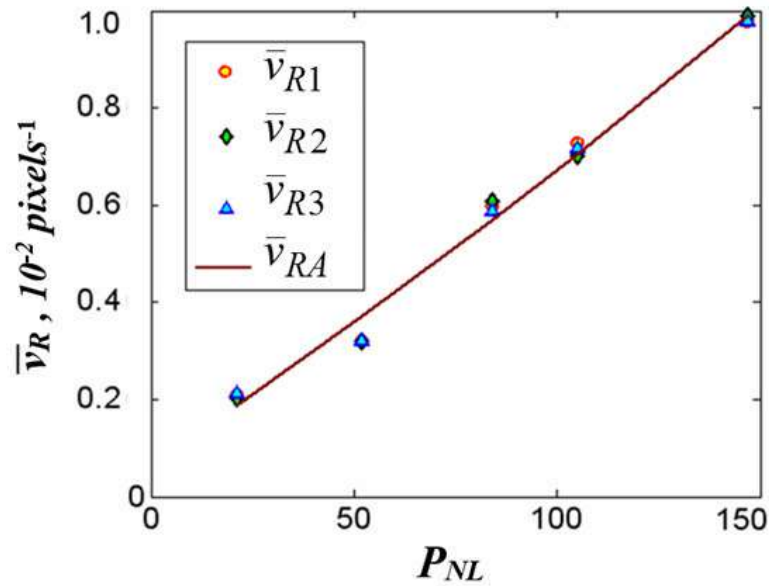


Рис. 3.4.5. Залежність середніх радіальних частот спектру $\bar{\nu}_R$ від сумарної сили P_{NL} ; а) частоти $\bar{\nu}_{R1}$, $\bar{\nu}_{R2}$ та $\bar{\nu}_{R3}$ отримані для еталонних муарових зображень (рис.3.2.3) з розподілами сил S_1 , S_2 та S_3 відповідно, $\bar{\nu}_{RA}$ – значення параметру $\bar{\nu}_R$, апроксимовані за допомогою поліному 2-го степеню

Середня квадратична різниця R_{qd} між еталонними P_{sPm} та апроксимованими P_{sPa} параметрами спектру обчислюється за формулою:

$$R_{qd} = \sqrt{\frac{1}{Q_{FNm}} \sum_{n_F=1}^{Q_{FNm}} (P_{sPm}(n_F) - P_{sPa}(n_F))^2}, \quad (3.4.2)$$

Отримана залежність на рис.3.4.5 використана для зв'язку параметрів спектру $\bar{\nu}_R$ з довільними сумарними лінійними навантаженнями P_{NL} .

3.5. Тестування методу для обчислення значень сумарного навантаження

Тестування розробленого методу обчислення P_{NL} проведено наступним чином. З врахуванням отриманої залежності $\bar{\nu}_{Rm}(P'_{NL})$ у вигляді поліному (3.4.1) і на основі середніх частот зображень $\bar{\nu}_R$ обчислюються значення апроксимованих сумарних лінійних навантажень P_{NL} для всіх еталонних зображень (рис.3.5.1).

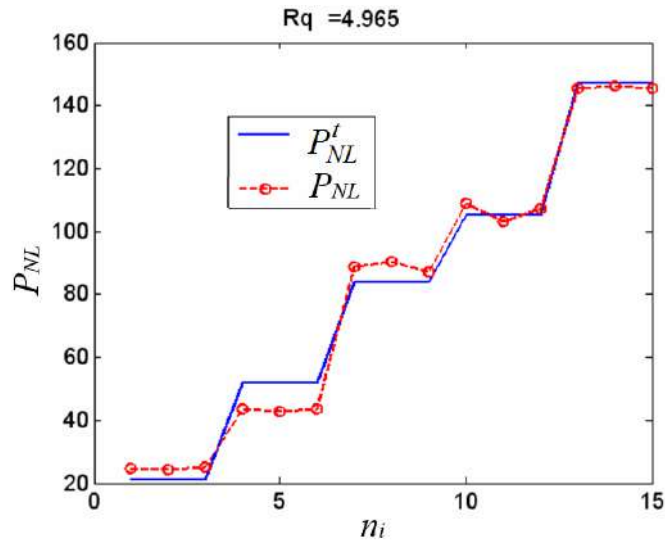


Рис. 3.5.1. Апроксимація навантажень P_{NL} в порівнянні з теоретичними навантаженнями P_{NL}^t в для всіх зображень n_i ; апроксимація P_{NL} на основі поліному (3.4.1); Rq – корінь середньої квадратичної різниці між P_{NL} та P_{NL}^t

Апроксимація P_{NL} з використанням поліному (3.4.1) дає значну похибку Rq (рис.3.5.1), тому для підвищення точності використано кусково-лінійну апроксимацію P_{NL} (рис. 3.5.2) на основі табличних значень $mP_{NL}^t = P_{NL}^t(n_F)$, $mP_{sPm} = P_{sPm}(n_F)$, де $n_F = 1, \dots, Q_{FNm}$ (табл.3.4.1).

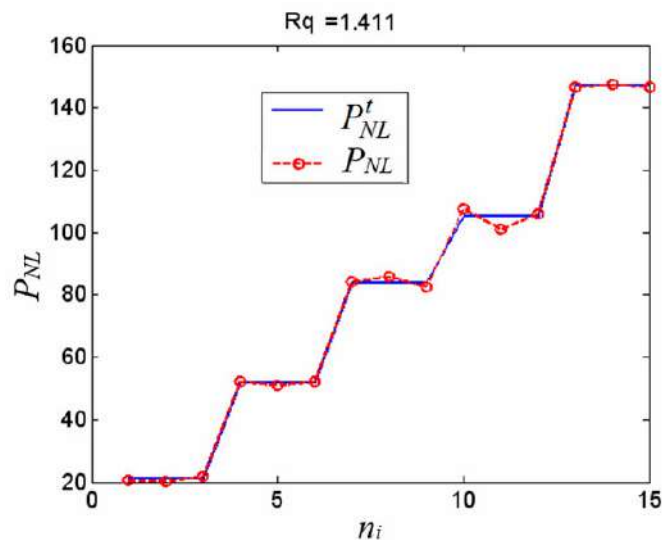


Рис. 3.5.2. Апроксимовані навантаження P_{NL} у порівнянні з теоретичними P_{NL}^t в для всіх зображень n_i ; використано кусково-лінійну апроксимацію P_{NL} ;

Rq – корінь середньої квадратичної різниці між P_{NL} та P_{NL}^t

Залежність дискретних значень P_{sPm} від P_{NL}^t описується функцією φ_{Fv} , тому для довільного значення параметру P_{sPm} (який описується частотою \bar{v}_R) обчислюється апроксимоване сумарне лінійне навантаження $P_{NL} = \varphi_{Fv}(m P_{NL}^t, m P_{sPm}, \bar{v}_R)$ (рис.3.5.2, табл.3.5.1).

Таблиця 3.5.1.

Апроксимовані P_{NL} у порівнянні з теоретичними P_{NL}^t для всіх зображень n_i ; P_{NL} обчислено шляхом кусково-лінійної апроксимації на основі табличних значень P_{NL}^t, P_{sPm} (табл. 3.4.1); в якості параметру P_{sPm} використано \bar{v}_R

n_i	1	2	3	4	5	6	7	8
P_{NL}	20,78	20,32	20,89	52,22	50,89	52,23	84,07	85,92
P_{NL}^t	21	21	21	52	52	52	84	84

n_i	9	10	11	12	13	14	15
P_{NL}	82,75	107,49	101,15	105,82	146,77	147,42	146,81
P_{NL}^t	84	105	105	105	147	147	147

Така кусково-лінійна апроксимація дає значно меншу похибку Rq (рис.3.5.2), ніж апроксимація на основі поліному (рис. 3.4.1).

3.5.1. Тестування методу для обчислення навантаження на основі параметрів еталонних муарових зображень

Для обчислення P_{NL} використано кусково-лінійну апроксимацію табличних значень $P_{NL}^t(n_F), P_{sPm}(n_F)$, де $n_F = 1, \dots, Q_{FNm}$ (табл.3.4.1). В якості параметру спектру P_{sP} використана середня просторова частота \bar{v}_R . Оскільки табличні значення P_{NL}^t, P_{sPm} (табл.3.4.1) отримані для мінімального розміру зображення $M_M = 701$, тому на їх основі обчислюється сумарне лінійне навантаження $P_{NL 701}$.

Сумарне лінійне навантаження P_{NL} для довільного мінімального розміру зображення M_M обчислюється за формулою (оскільки радіальний розподіл енергетичного спектру обчислюється для M_M):

$$P_{NL} = P_{NL701} \frac{M_M}{701}. \quad (3.5.1)$$

Обчислення сумарних сил P_d (Н) та сумарних навантажень P_{NL} виконуються з досить високою точністю навіть для різних масштабів зображення (рис.3.5.3а-рис.3.5.3в), для різних яскравостей зображення (рис.3.5.3г-рис.3.5.3д), а також для різних розподілів сил (рис.3.5.4-рис.3.5.5).

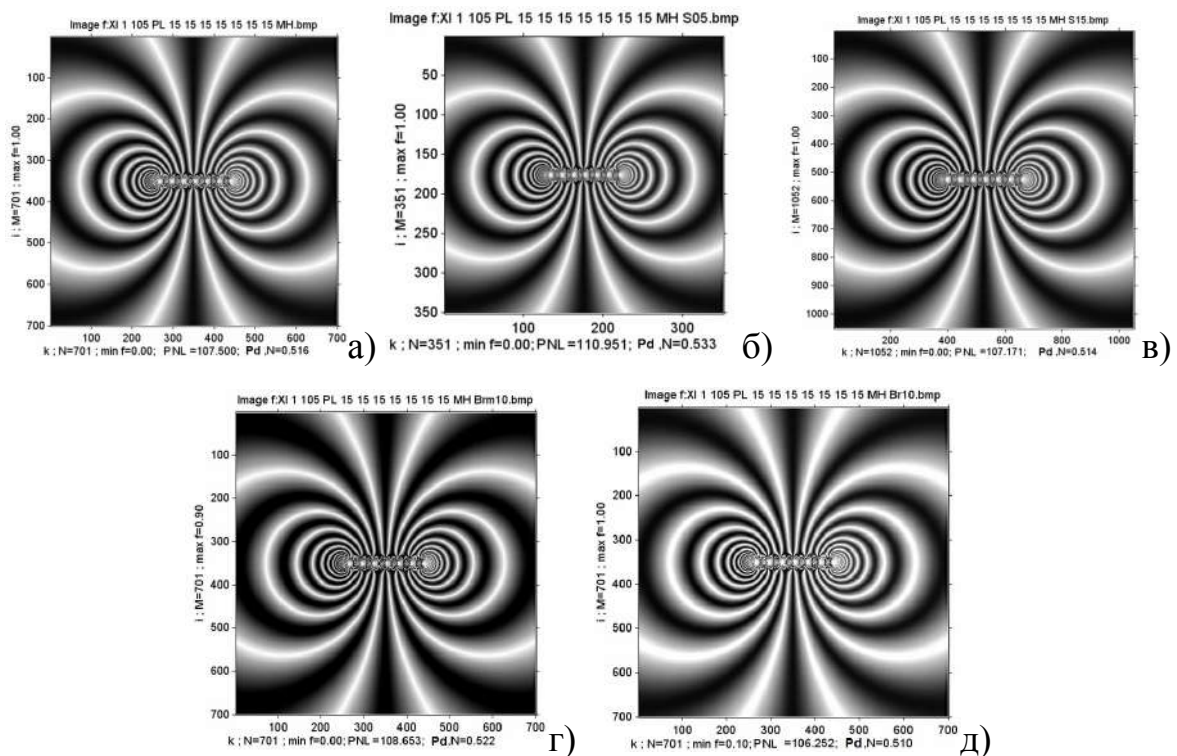


Рис. 3.5.3. Обчислення P_d (Н) та сумарних навантажень P_{NL} на основі f шляхом апроксимації для розподілу сил $S1$ та $P_d^t = 0,504$ Н, $P_{NL}^t = 105$:

- а) $P_d = 0,516$ Н, $P_{NL} = 107,50$ ($\epsilon_F = 2,3\%$), б) масштаб зображення 50%,
 $P_d = 0,533$ Н, $P_{NL} = 110,95$ ($\epsilon_F = 5,6\%$), в) в масштабі 150%, $P_d = 0,514$ Н,
 $P_{NL} = 107,17$ ($\epsilon_F = 2,1\%$), г) з яскравістю, зменшеною на 10%, $P_d = 0,522$ Н,
 $P_{NL} = 108,65$ ($\epsilon_F = 3,48\%$), д) з яскравістю, збільшеною на 10%, $P_d = 0,510$ Н,
 $P_{NL} = 106,25$ ($\epsilon_F = 1,19\%$), для зображень (а-д) $\epsilon_F = 2,97\%$

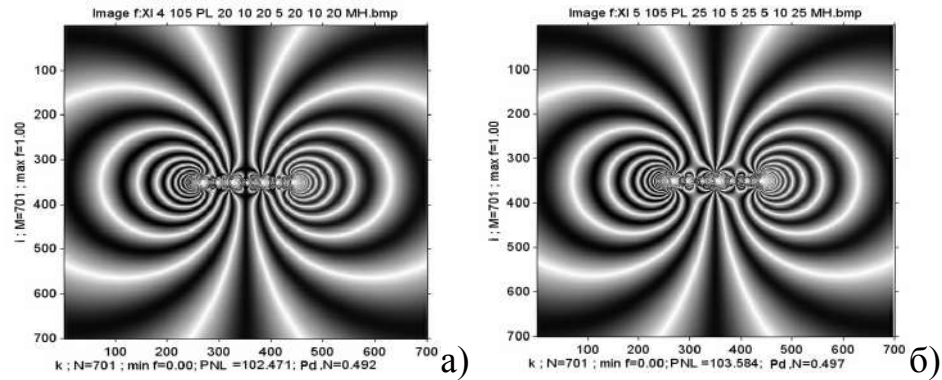


Рис. 3.5.4. Обчислення P_d (Н) та сумарних навантажень P_{NL} на основі f шля-

хом апроксимації для розподілів сил з $P_d^t = 0,504$ Н, $P_{NL}^t = 105$:

а) сили 20, 10, 20, 5, 20, 10, 20, $P_d = 0,492$ Н, $P_{NL} = 102,47$ ($\varepsilon_F = 2,40\%$),

б) сили 25, 10, 5, 25, 5, 10, 25, $P_d = 0,497$ Н, $P_{NL} = 103,584$ ($\varepsilon_F = 1,34\%$),

для зображень (а-б) $\varepsilon_F = 1,88\%$

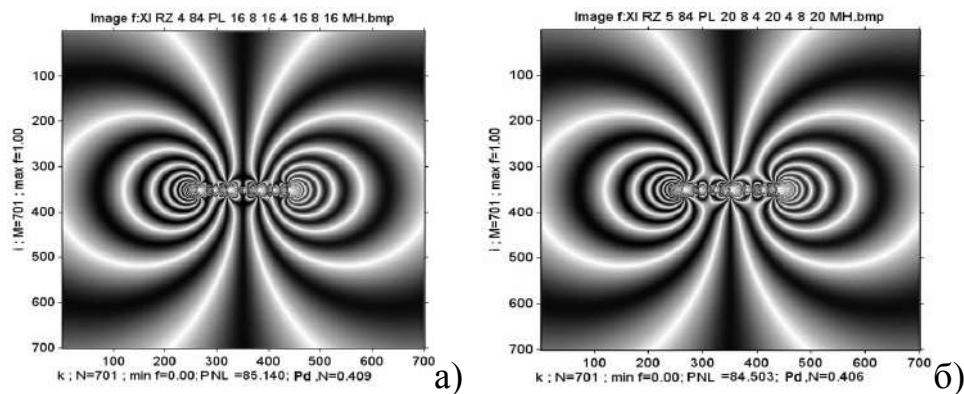


Рис. 3.5.5. Обчислення P_d (Н) та P_{NL} на основі f шляхом апроксимації,

$P_d^t = 0,403$ Н, $P_{NL}^t = 84$, а) $P_d = 0,409$ Н, $P_{NL} = 85,14$ ($\varepsilon_F = 1,36\%$),

б) $P_d = 0,406$ Н, $P_{NL} = 84,503$ ($\varepsilon_F = 0,60\%$), для зображень (а-б) $\varepsilon_F = 0,98\%$

Обчислення P_d (Н) та P_{NL} виконуються коректно навіть для таких розподілів сил, які не використовувалися при апробації методу (оскільки використана в запропонованому методі середня просторова частота залежить в першу чергу від суми сил, але від їх характеру розподілу) (рис.3.5.4 – рис.3.5.5).

3.6. Визначення величини залишкових деформацій із аналізу експериментальних муарових зображень

Завдяки кореляції P_{NL} та \bar{v}_R стає можливим визначати із експериментальних муарових картин величину P_d – значення залишкових деформацій, які їх породили (рис.3.6.1), наприклад, при скрайбуванні індентором вихідної поверхні аналізатора LLL -інтерферометра [84].

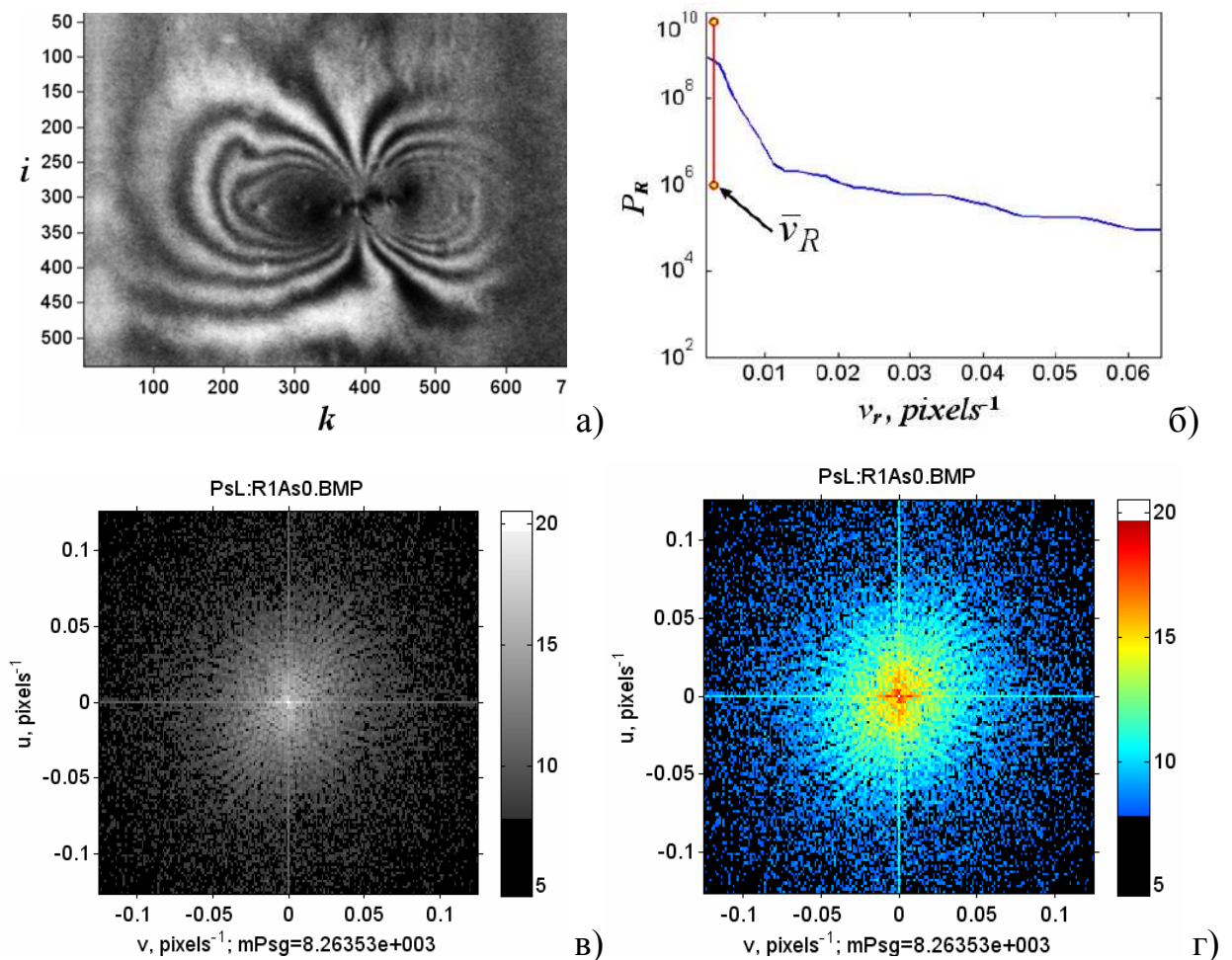


Рис. 3.6.1. а) експериментальна муарова картина, зумовлена залишковими деформаціями, які виникли внаслідок дії індентора на вихідну поверхню аналізатора LLL -інтерферометра [84], б) фрагмент радіального розподілу P_R енергетичного спектру P_S та значення частоти \bar{v}_R ($\bar{v}_R = 0,00288$ пікселів $^{-1}$); в) г) P_S у логарифмічному масштабі у відтінках сірого та у псевдокольорах

Після відповідного обчислення енергетичного спектру та визначення \bar{v}_R (рис.3.6.1б) стає можливим оцінити величину залишкових деформацій.

Зокрема, за значенням $\bar{\nu}_R$ встановлено величину сумарної сили $P_{NL}=43,45$ та можливих сумарних лінійних навантажень $P_d = 0,209$ Н (теоретичні значення $P_{NL}^t = 41,67$, $P_d^t = 0,2$ Н). При цьому, відносна похибка обчислення сил становить $\varepsilon_F = 4,3\%$.

Отже, X -променеві муарові зображення f суттєво залежать від величини і характеру розподілу локальних сил. Пропонується підхід (метод), який дозволяє пов'язати залежність середніх просторових частот енергетичних спектрів муарових зображень f та суми сил P_{NL} , які стали причиною виникнення деформацій.

Середня частота $\bar{\nu}_R$ радіального розподілу P_R енергетичного спектру муарового зображення не залежить від експериментальних умов отримання зображення і може бути вибрана для характеристики муарових картин.

Між значеннями сумарної сили P_{NL} і середньої частоти $\bar{\nu}_R$ існує відповідна кореляція, яка дає змогу встановити функціональний зв'язок між ними. Кусково-лінійна апроксимація залежності $P_{NL}^t(\bar{\nu}_R)$ дає найменше значення середньоквадратичної похибки при обчисленні апроксимованих значень P_{NL} відносно теоретичних P_{NL}^t , ніж апроксимація поліномами.

Обчислення енергетичного спектру експериментальних муарових картин та визначення середньої просторової частоти дозволяє оцінити величину усереднених залишкових деформацій, які породили її. Водночас, не виявлено кореляцію між частотою $\bar{\nu}_R$ та характером розподілу сил P_n . Отже існує потреба у встановленні взаємозв'язку між значеннями розподілів P_n та P_R .

3.7. Обернена задача. Визначення характеру розподілу джерел сил P_n

Пропонований метод полягає у розробленні теоретичного підходу для відновлення розподілу сил P_n на основі аналізу геометричних параметрів муарових зображень. Для знаходження таких залежностей проведено аналіз серії еталонних зображень, згрупованих за формами розподілу сил S_2 , S_1 та S_3

відповідно (рис. 3.2.3). Обчислені шляхом кусково-лінійної апроксимації табличних значень P'_{NL} та P_{sPm} (табл. 3.4.1) значення сумарних навантажень P_{NL} виявилися близькими до теоретичних (рис.3.7.1, табл.3.7.1); в якості параметру P_{sPm} радіального розподілу P_R використано його середню частоту \bar{v}_R .

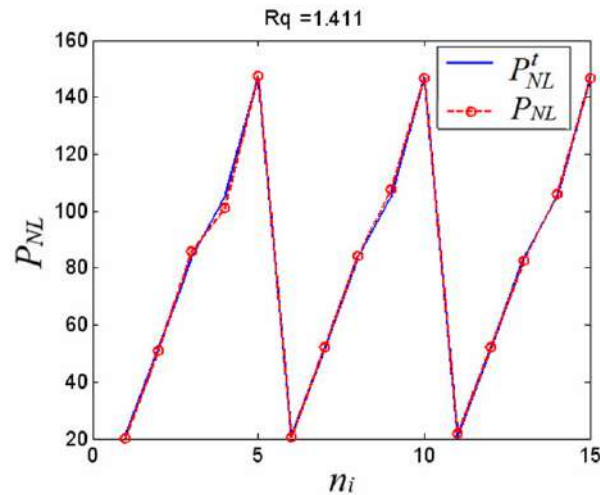


Рис. 3.7.1. Апроксимовані P_{NL} у порівнянні з теоретичними P'_{NL} суми навантажень для всіх зображень з номерами n_i ; Rq – корінь середньої квадратичної різниці між P_{NL} та P'_{NL}

Таблиця 3.7.1.

Залежність суми теоретичних P'_{NL} та апроксимованих $P_{NL}(\bar{v}_R)$ лінійних навантажень від номеру зображення n_i для множини еталонних зображень

n_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\bar{v}_R, 10^{-3}$	2,060	3,135	6,082	6,915	9,811	2,076	3,193	5,981	7,283	9,77
P'_{NL}	21	52	84	105	147	21	52	84	105	147
P_{NL}	20,32	50,89	85,92	101,15	147,42	20,78	52,22	84,07	107,5	146,77

n_i	11	12	13	14	15
$\bar{v}_R, 10^{-3}$	2,12	3,194	5,868	7,177	9,772
P'_{NL}	21	52	84	105	147
P_{NL}	20,89	52,23	82,75	105,82	146,81

Встановлення взаємозв'язку між характером розподілу значень P_n та параметрами радіального розподілу P_R виконано шляхом аналізу форми P_R в різних діапазонах частот ν_r . При цьому, для залежності $P_R(\nu_r)$ проведено аналіз не тільки розподілів P_R (які містять високочастотні осциляції), а також розподілів P_{Rp} , які отримуються перетворенням P_R до логарифмічного масштабу та апроксимацією поліномом 20-ї степені.

Встановлено, що розподіли $P_{Rp}(\nu_r)$ проявляють різну чутливість до характеру розподілу сил у двох діапазонах частот (рис.3.7.2). Зокрема, це низькочастотний діапазон №1, який обмежується просторовими частотами (ν_{S1} , ν_{S2}), та високочастотний №2, який обмежується частотами (ν_{S2} , ν_{S3}).

Для кожної суми сил P_{NL} визначено значення частот ν_{S1} , ν_{S2} та ν_{S3} відповідно, які є абсцисами точок перетину розподілів P_{Rp} з формами розподілу сил S_1 та S_3 (рис.3.7.2).

На рис.3.7.3 приведені залежності меж діапазонів ν_{S1} , ν_{S2} , ν_{S3} від суми сил P_{NL} для множини муарових зображень (рис.3.2.3). Такі залежності (шляхом кусково-лінійної апроксимації) використано для обчислення частот (ν_{S1} , ν_{S2} , ν_{S3}) для довільних P_{NL} .

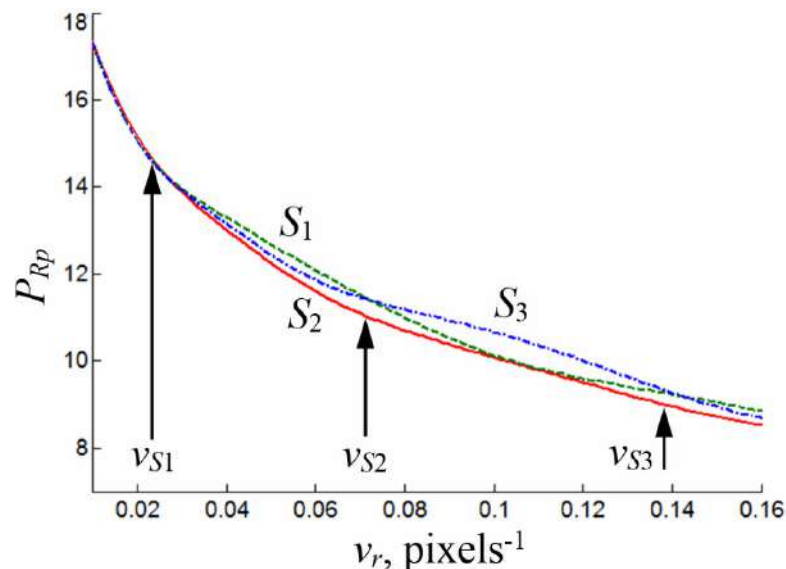


Рис. 3.7.2. Фрагменти апроксимованих радіальних розподілів $P_{Rp}(\nu_r)$ енергетичних спектрів P_S муарових зображень в логарифмічному масштабі з частотами меж діапазонів $\nu_{S1} - \nu_{S3}$; $P_{NL} = 105$; S_1 , S_2 та S_3 – форми розподілів сил

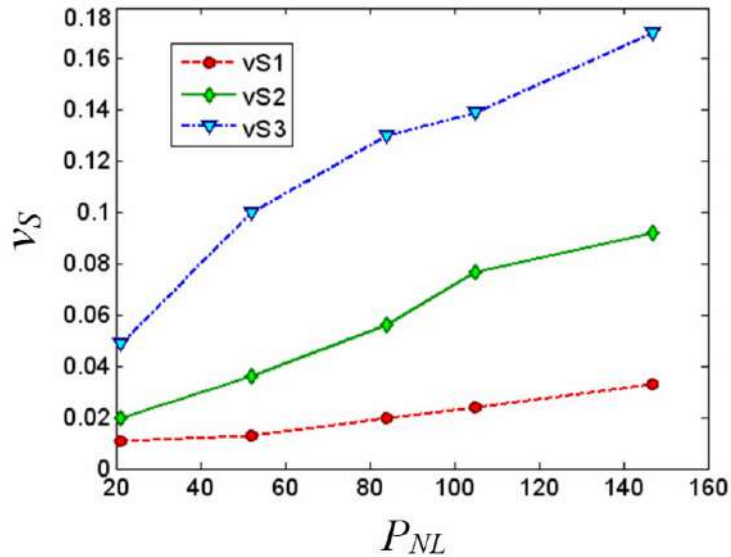


Рис. 3.7.3. Залежності меж діапазонів $v_{S1}(P_{NL})$, $v_{S2}(P_{NL})$, $v_{S3}(P_{NL})$ для муарових зображень (рис. 3.2.3)

У межах обчислених діапазонів частот $(v_{S1} - v_{S2})$ та $(v_{S2} - v_{S3})$ оцінено значення відносних площ S_{R1} та S_{R2} для нормованого (з максимальним значенням 1) радіального розподілу $P_R(v_r)$, які визначаються за співвідношеннями:

$$S_{R1} = \frac{\sum_{v_r=v_{S1}}^{v_{S2}} P_R(v_r)}{\sum_{v_r=v_{S1}}^{v_{S3}} P_R(v_r)}, \quad (3.7.1)$$

$$S_{R2} = \frac{\sum_{v_r=v_{S2}}^{v_{S3}} P_R(v_r)}{\sum_{v_r=v_{S1}}^{v_{S3}} P_R(v_r)}. \quad (3.7.2)$$

Апроксимована сума навантажень P_{NL} обчислюється на основі середньої частоти \bar{v}_R радіального розподілу P_R енергетичного спектру зображення таким же чином, як і в попередніх параграфах (табл.3.7.1, рис.3.7.1).

Для кожної теоретичної суми навантажень $P_{NL}^i(n_F)$, де номер групи зображень $n_F = 1, \dots, Q_{FNm}$, обчислюються значення частот v_{S1} , v_{S2} , v_{S3} (рис.3.7.2). Дискретні значення навантажень та частот діапазонів записуються в матриці $mP_{NL}^i = P_{NL}^i(n_F)$, $mv_{S1} = v_{S1}(n_F)$, $mv_{S2} = v_{S2}(n_F)$, $mv_{S3} = v_{S3}(n_F)$, $n_F = 1, \dots, Q_{FNm}$ (табл.3.7.2).

Таблиця 3.7.2

Залежності частот діапазонів $\nu_{S1}(P_{NL})$, $\nu_{S2}(P_{NL})$, $\nu_{S3}(P_{NL})$

n_F	1	2	3	4	5
P_{NL}^t	21	52	84	105	147
ν_{S1} , пікселі ⁻¹	0,011	0,013	0,020	0,024	0,033
ν_{S2} , пікселі ⁻¹	0,020	0,036	0,056	0,077	0,092
ν_{S3} , пікселі ⁻¹	0,049	0,100	0,130	0,139	0,170

На основі таких табличних значень $m P_{NL}^t$, $m\nu_{S1}$, $m\nu_{S2}$, $m\nu_{S3}$ (табл.3.7.2) та визначених за допомогою кусково-лінійної апроксимації навантажень P_{NL} обчислюються апроксимовані значення частот $\nu_{S1a}(P_{NL})$, $\nu_{S2a}(P_{NL})$, $\nu_{S3a}(P_{NL})$. Для апробації методу обчислено апроксимовані значення частот $\nu_{S1a}(P_{NL})$, $\nu_{S2a}(P_{NL})$, $\nu_{S3a}(P_{NL})$ для еталонних зображень, які практично співпадають з теоретичними (табл.3.7.3, рис.3.7.4).

Таблиця 3.7.3.

Значення теоретичних $\nu_{S1t}(P_{NL}^t)$ та апроксимованих $\nu_{S1a}(P_{NL})$ частот діапазонів для зображень з номерами n_i

n_i	1	2	3	4	5	6	7
P_{NL}	20,32	50,89	85,92	101,15	147,42	20,78	52,22
ν_{S1t} , пікселі ⁻¹	0,011	0,013	0,020	0,024	0,033	0,011	0,013
ν_{S1a} , пікселі ⁻¹	0,011	0,013	0,020	0,023	0,033	0,011	0,013

n_i	8	9	10	11	12	13	14	15
P_{NL}	84,07	107,50	146,77	20,89	52,23	82,75	105,82	146,81
ν_{S1t}	0,02	0,024	0,033	0,011	0,013	0,020	0,024	0,033
ν_{S1a}	0,02	0,025	0,033	0,011	0,013	0,019	0,024	0,033

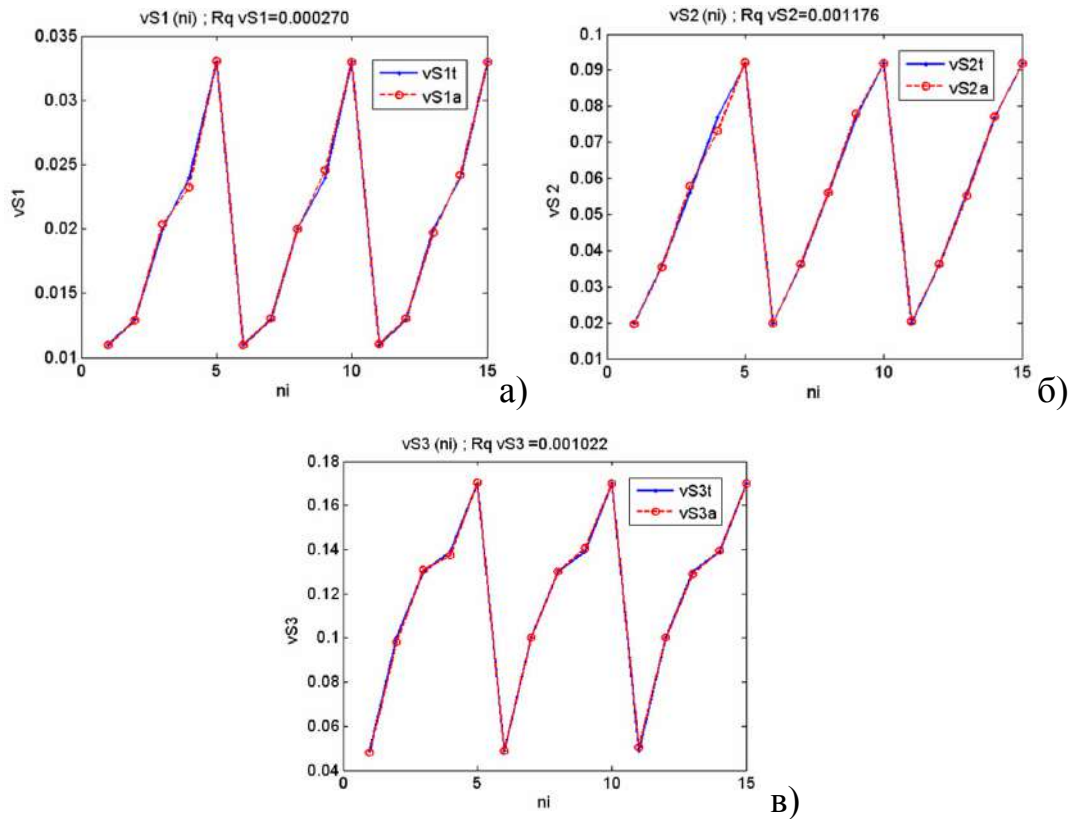


Рис. 3.7.4. Діаграми апроксимованих значень частот діапазонів: а) v_{S1} , б) v_{S2} , в) v_{S3} ; v_{S1t} – теоретичні значення v_{S1} , $v_{S1a}(P_{NL})$ – апроксимовані v_{S1} , Rqv_{S1} – коефіцієнт середнього квадратичного відхилення між v_{S1t} та v_{S1a}

Для муарових зображень з однаковими значеннями суми сил P'_{NL} значення S_{R1} та S_{R2} усереднюються (табл.3.7.4, рис.3.7.5), а у результаті цього отримуються середні площі S_{A1} та S_{A2} , відповідно. Шляхом кусково-лінійної апроксимації отриманих залежностей $S_{A1}(P'_{NL})$ та $S_{A2}(P'_{NL})$ на основі значень P_{NL} обчислюються апроксимовані середні площі S_{A1}^a та S_{A2}^a . Після цього визначаються нормовані площі S_{N1} та S_{N2} (для P_R):

$$S_{N1} = \frac{S_{R1}}{S_{A1}^a}, \quad S_{N2} = \frac{S_{R2}}{S_{A2}^a}. \quad (3.7.3)$$

Запропоноване перетворення площ (від S_{R1} , S_{R2} до S_{N1} , S_{N2}) призводить до того, що значення S_{N1} та S_{N2} , в основному, залежать від форми розподілу сил P_n , а не від суми сил P_{NL} . Для еталонних муарових зображень, які відповідають однаковій формі розподілу сил (S_1 , S_2 або S_3), значення S_{N1} та S_{N2}

усереднюються, у результаті чого для кожної форми розподілу сил обчислено відповідні їй середні нормовані значення S_{P1} та S_{P2} (рис.3.7.6).

Розподілам сил з формами S_1 , S_2 та S_3 відповідають теоретичні амплітуди синусоїд A_P , які описують значення сил P_n і рівні 0, -0,7 та 0,7, відповідно. Проте, отримані залежності є неоднозначними і не дозволяють обчислити A_P на основі S_{P1} або S_{P2} (табл.3.7.5, рис.3.7.6).

Таблиця 3.7.4

Значення відносних площ S_{R1} , S_{R2} розподілу $P_R(v_r)$ для множини зображень n_i

n_i	1	2	3	4	5	6	7
P_{NL}^t	21	52	84	105	147	21	52
S_{R1}	0,005	0,016	0,0232	0,025	0,023	0,008	0,022
S_{R2}	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002

n_i	8	9	10	11	12	13	14	15
P_{NL}^t	84	105	147	21	52	84	105	147
S_{R1}	0,029	0,030	0,029	0,008	0,019	0,027	0,029	0,027
S_{R2}	0,002	0,008	0,002	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003

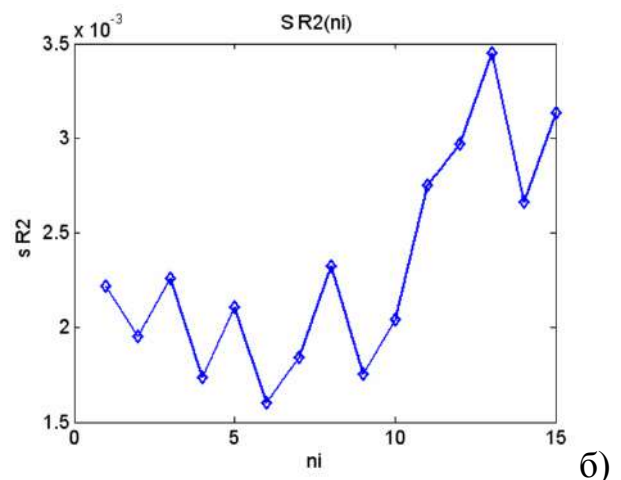
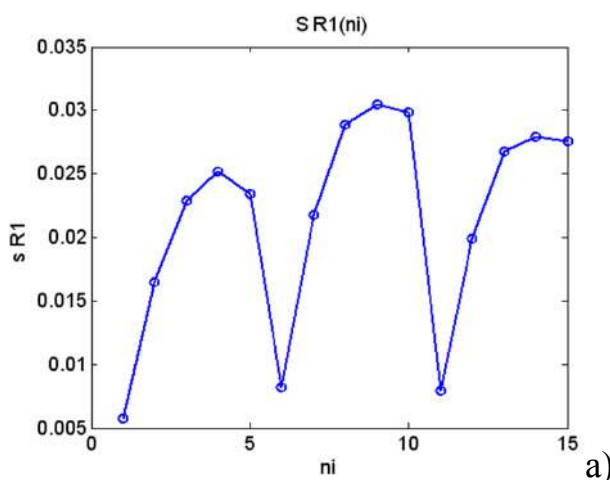


Рис. 3.7.5. Значення відносних площ S_{R1} , S_{R2} радіального розподілу $P_R(v_r)$ для множини зображень з номерами n_i : а) S_{R1} , б) S_{R2}

Таблиця 3.7.5

Значення S_{P1} , S_{P2} , S_{P3} , отримані на основі розподілу P_R , для множини зображень на рис.3.2.3

Форми розподілу сил	A_P	S_{P1}	S_{P2}	S_{P3}
S_2	-0,7	1,02	0,86	0,96
S_1	0	1,11	0,82	1,0
S_3	0,7	1,024	1,29	1,12

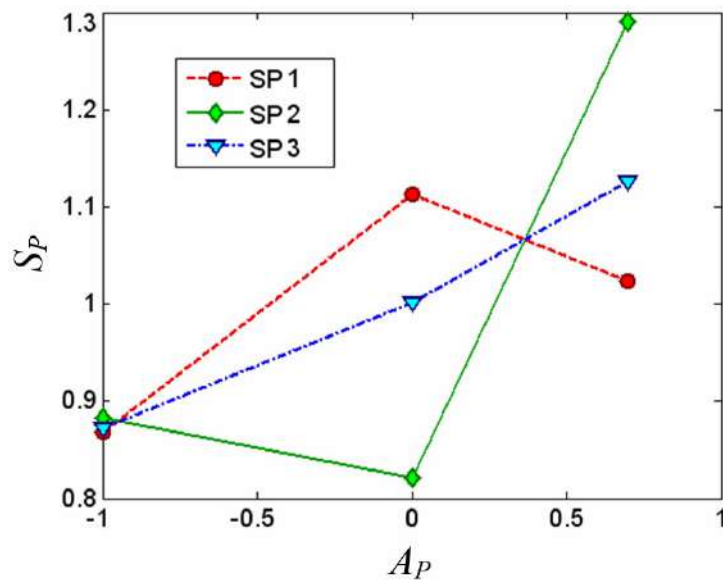


Рис. 3.7.6. Значення усереднених нормованих площ S_{P1} , S_{P2} , S_{P3} радіальних розподілів P_R для множини муарових зображень на рис.3.2.3; A_P – амплітуди синусоїд, які описують просторовий розподіл сил P_n

Тому, для отримання однозначної залежності A_P від параметрів енергетичного спектру муарового зображення обчислено параметр S_{P3} (рис.3.7.6, табл.3.7.5), який визначається лінійною комбінацією S_{P1} та S_{P2} з використанням пропорцій золотого перерізу за співвідношенням:

$$S_{P3} = S_{P1} \cdot 0,618 + S_{P2} \cdot 0,382. \quad (3.7.4)$$

Співвідношення (3.7.4) забезпечує наступні умови при: $S_{P3}=1$ матимемо рівномірну форму S_1 розподілу сил ($A_P = 0$); значенню $S_{P3} < 1$ відповідає фо-

рма S_2 з мінімумом у центрі ($A_P < 0$); значенню $S_{P3} > 1$ – форма S_3 з максимумом у центрі ($A_P > 0$).

На основі значень $S_{P3}(A_P)$ (табл.3.7.5) встановлена емпірична залежність відновленої амплітуди синусоїди A_{Pr} від параметру S_{P3} енергетичного спектру (3.7.4), яка описує розподіл сил P_n (рис.3.7.7):

$$A_{Pr} = 2 \left(\frac{1}{1 + \exp(-(S_{P3} - 1) \cdot C_1)} - \frac{1}{2} \right), \quad (3.7.5)$$

де для нашого випадку $C_1 = 43$ (при $S_{P3} \leq 1$) або $C_1 = 14$ (при $S_{P3} > 1$).

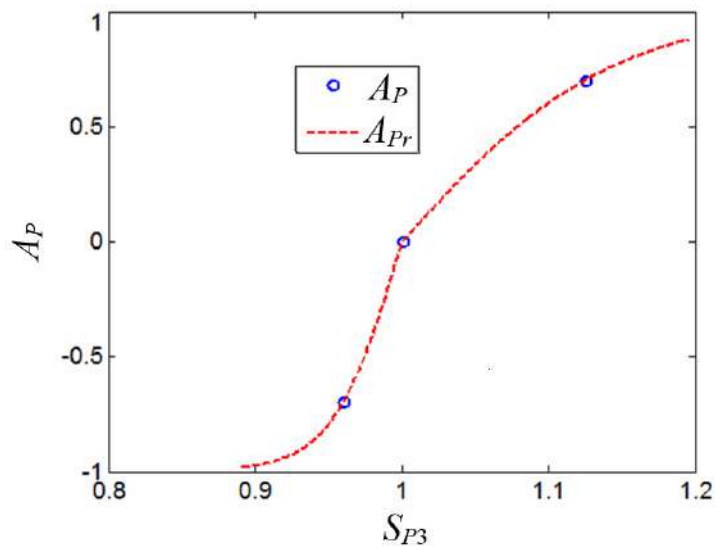


Рис. 3.7.7. Залежність $A_{Pr}(S_{P3})$: S_{P3} – усереднена нормована площа радіальних розподілів P_R для зображень (рис.3.2.3); A_P – задані у табл. 3.7.5; A_{Pr} – відновлені на основі (3.7.5) значення амплітуд синусоїд, які описують розподіл сил P_n

З метою перевірки точності обчислення A_P виконано розрахунок амплітуд синусоїд для еталонних зображень (табл.3.7.6, рис.3.7.8). Обчислені значення A_{Pr} незначно відрізняються від теоретичних A_P . Залежність $A_{Pr}(S_{P3})$ (3.7.5) забезпечує зміну A_{Pr} у допустимому діапазоні від -1 до 1 для довільних S_{P3} . Водночас, залежність $A_{Pr}(S_{P3})$ для розподілів сил з формами S_2 та S_3 є різною, що враховано завдяки різним значенням коефіцієнта C_1 .

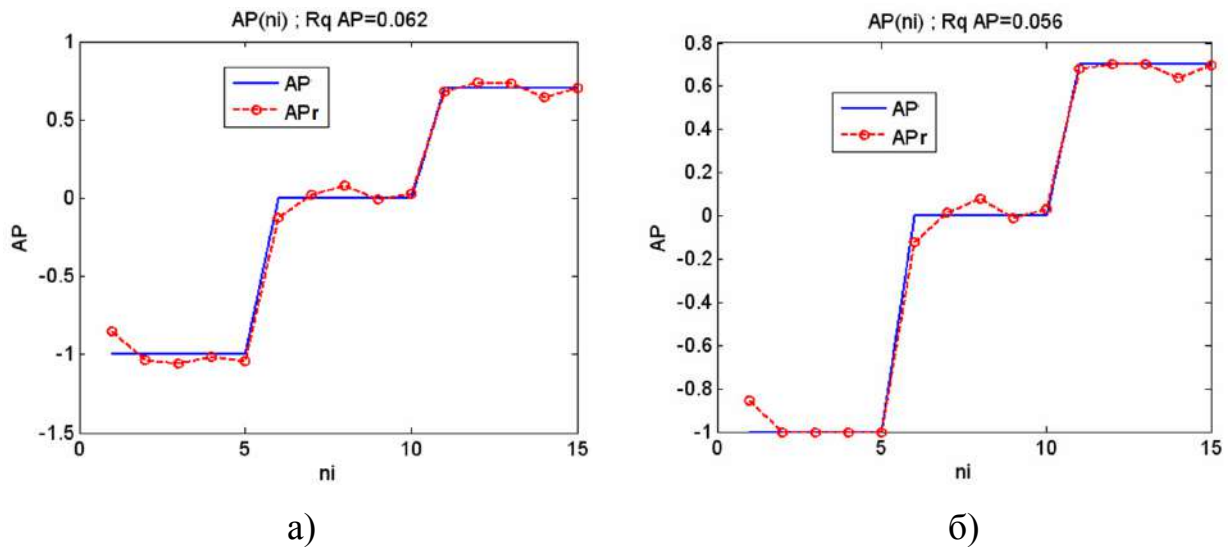


Рис. 3.7.8. Апроксимовані A_{Pr} та теоретичні A_P значення амплітуд синусоїд, які описують просторовий розподіл лінійних навантажень і сил: а) без обмеження значень A_{Pr} , б) з обмеженням значень A_{Pr} в діапазоні від $-1,0$ до $0,7$; R_{qAP} – корінь середньої квадратичної похибки між значеннями A_{Pr} та A_P

Таблиця 3.7.6

Апроксимовані A_{Pr} (без обмежень) та теоретичні A_P значення амплітуд синусоїд, які описують просторовий розподіл навантажень і сил для множини зображень n_i

n_i	1	2	3	4	5	6	7
A_P	-1,0	-1,0	-1,0	-1,0	-1,0	0,0	0,0
A_{Pr}	-0,854	-1,035	-1,059	-1,012	-1,043	-0,123	0,018

n_i	8	9	10	11	12	13	14	15
A_P	0,0	0,0	0,0	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7
A_{Pr}	0,079	-0,008	0,029	0,682	0,739	0,734	0,641	0,699

3.8. Оборнена задача.

Відновлення розподілу залишкових джерел деформацій

Запропонований підхід забезпечує вирішення оборненої задачі, яка полягає у знаходженні суми сил P_{NL} та розподілу сил P_n , де $n = 1, \dots, N$, на основі аналізу експериментального муарового зображення. Алгоритм цього підходу є наступним. Спочатку визначаються сумарне значення сил P_{NL} на основі середніх частот \bar{v}_R радіального розподілу P_R [114, 116] (рис.3.8.1). Середня квадратична похибка обчислення P_{NL} для множини еталонних зображень є незначною (абсолютна похибка $R_{PL} = 1,4$, відносна похибка $\varepsilon_{PL} = 1,7\%$).

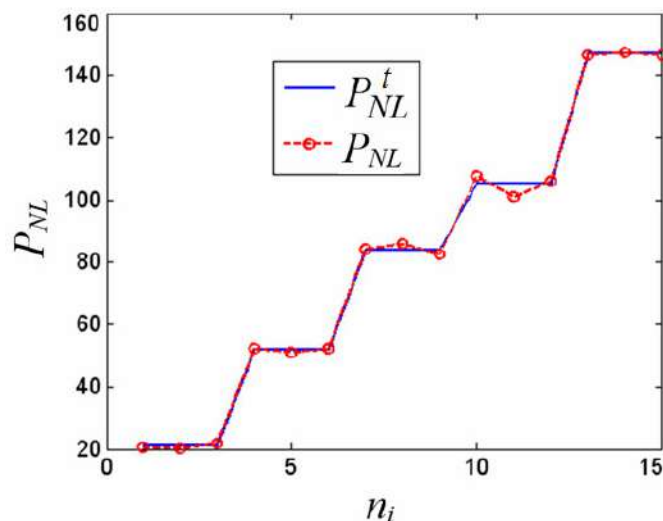


Рис. 3.8.1. Відновлені на основі \bar{v}_R значення суми сил P_{NL} практично співпадають з теоретичними P_{NL}^t для зображень з номерами n_i (рис.3.2.3) для

$$P_{NL}^t = 21, 52, 84, 105 \text{ та } 147$$

Розподіл сил P_n , де $n = 1, \dots, N$, визначається на основі аналізу форми P_R . Значення сил P_n (сума яких дорівнює P_{NL}) описуються синусоїдою з амплітудою A_{Pr} і періодом $T_P = 2N - 1$, а амплітуда A_{Pr} обчислюється на основі P_R за формулою (3.7.5).

У результаті на основі аналізу муарових зображень (рис. 3.2.3) обчислено відновлені розподіли сил P_{nr} (рис. 3.8.2). Середня квадратична похибка,

отримана між значеннями P_{nr} та теоретичними значеннями P_{nt} для всіх еталонних зображень, є допустимою (абсолютна похибка $R_P = 1,5$, відносна похибка $\varepsilon_P = 1,8\%$). Зокрема на рис.3.8.2: а) S_3 , $P_{NL} = 105,3$, $A_{Pr} = 0,66$, б) S_1 , $P_{NL} = 107$, $A_{Pr} = 0,09$, в) S_2 $P_{NL} = 102,4$, $A_{Pr} = -0,63$, г) нова форма, подібна до S_2 , $P_{NL} = 100,7$, $A_{Pr} = -0,99$; n – номер зосередженої сили; для еталонних зображень відносна похибка обчислення P_{nr} складає $\varepsilon_P = 1,6\%$ (рис.3.8.2а,б,в); для тестового зображення $\varepsilon_P = 3,1\%$ (рис.3.8.2г)

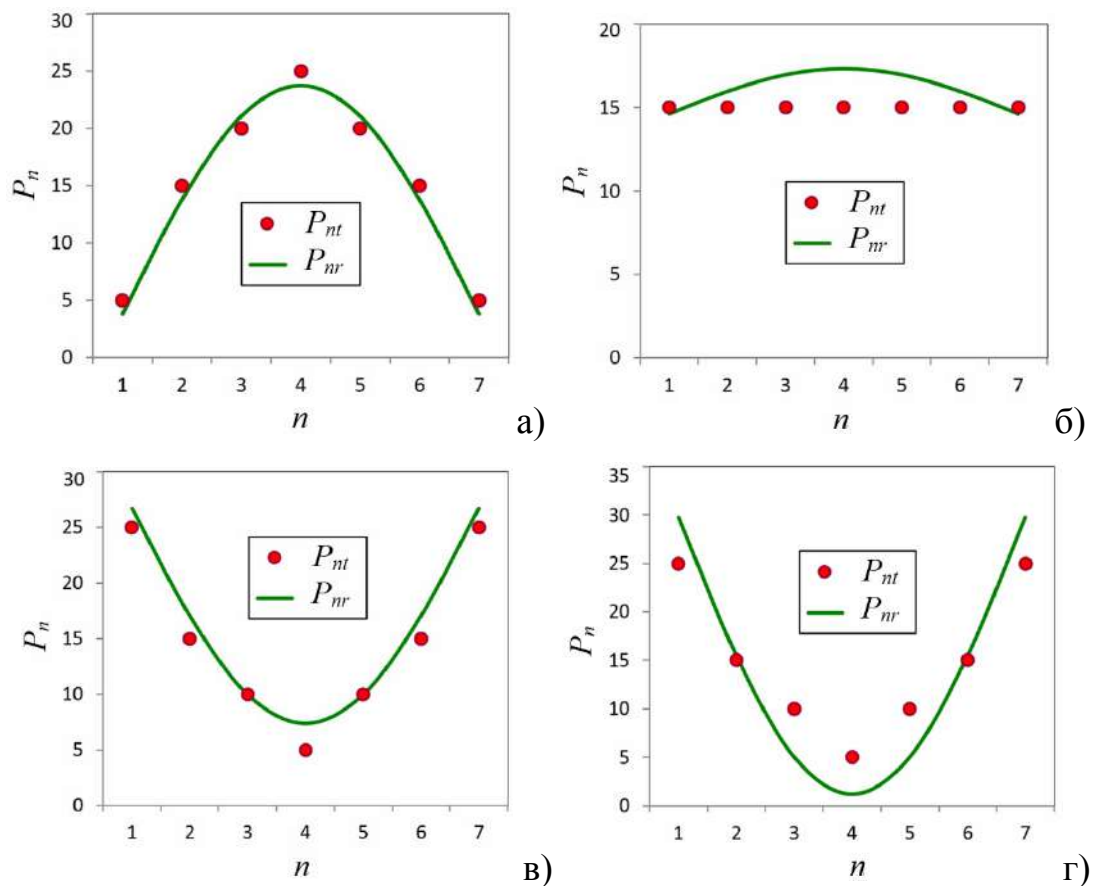


Рис. 3.8.2. Розподіл теоретичних P_{nt} та відновлених P_{nr} сил (як функціональних залежностей), отриманих на основі еталонних (рис.3.2.3) та тестового муарових зображень для $P_{NL}^t = 105$ та різних форм (S_1, S_2, S_3) [114]

Отримано задовільне узгодження відновлених значень сил P_{nr} з теоретичними P_{nt} не тільки для еталонних зображень і форм розподілів S_1, S_2, S_3 , але й для тестових зображень і нових форм розподілів (рис.3.8.3). Середня

квадратична похибка, отримана між значеннями P_{nr} та P_{nt} для тестових зображень ($P_{NL}^t = 21, \dots, 147$), є допустимою (абсолютна похибка $R_p = 2,3$, відносна похибка $\varepsilon_p = 2,7\%$). Це підтверджує універсальність запропонованого методу при реконструкції різноманітних форм розподілів сил.

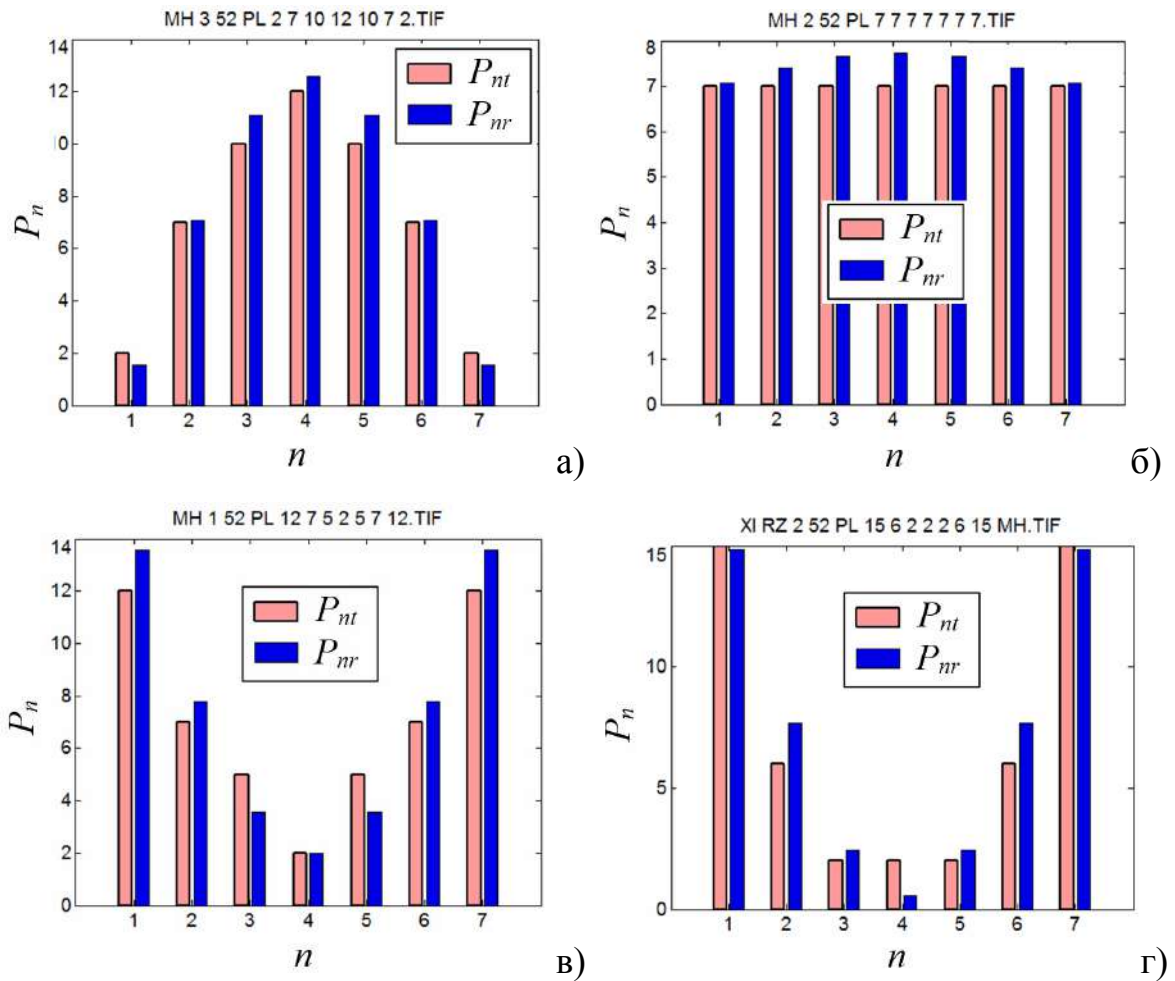


Рис. 3.8.3. Розподіл теоретичних P_{nt} та відновлених P_{nr} сил (як дискретних значень), отриманих на основі еталонних (рис.3.3а) та тестового муарових

зображень для $P_{NL}^t = 52$ та різних форм розподілу сил (S_1, S_2, S_3):

- а) $S_3, P_{NL} = 52,04, A_{Pr} = 0,74$, б) $S_1, P_{NL} = 52,03, A_{Pr} = 0,04$, в) $S_2, P_{NL} = 51,83, A_{Pr} = -0,78$, г) нова форма, подібна до $S_2, P_{NL} = 50,47, A_{Pr} = -0,99$; n – номер зосередженої сили; для еталонних зображень абсолютна похибка обчислення P_{nr} складає $R_p = 0,98$, відносна похибка $\varepsilon_p = 1,89\%$ (рис.3.8.3а, б, в), для тестового зображення $R_p = 1,08, \varepsilon_p = 2,09\%$ (рис.3.8.3г)

При аналізі експериментальної муарової картини (рис.3.8.4а), отриманої в роботі [64], за допомогою даного методу оцінено не тільки сумарну величину залишкових сил P_{NL} , але й можливий їх розподіл сил P_{nr} (рис.3.8.4б).

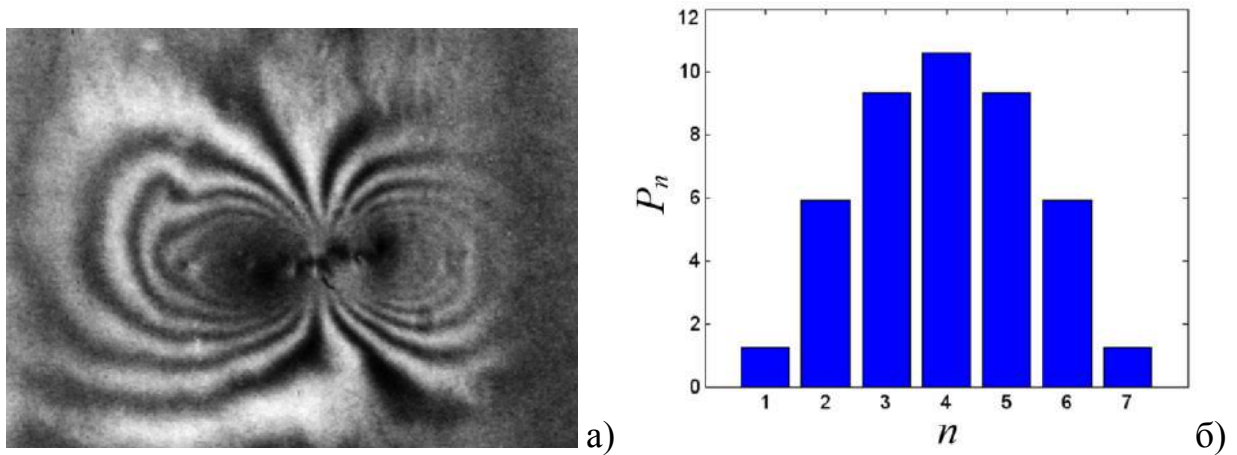


Рис. 3.8.4. а) експериментальне муарове зображення, зумовлене залишковими джерелами деформацій, які виникли внаслідок дії індентора на вихідну поверхню аналізатора *LLL*-інтерферометра [15]; б) відтворений розподіл (профіль) сил, які спричинили деформації кристалу при отриманні муарового зображення на рис.3.8.4а: $P_{NL} = 43,7$, $P_d = 0,035$ Н, $A_{Pr} = 0,75$

Отримані значення суми сил ($P_{NL} = 43,7$) є близькими до результатів незалежного методу ($P_{NL} = 41,7$) [114], а відносна похибка обчислення суми сил становить $\varepsilon_{PL} = 4,6\%$. Відновлена форма розподілу сил (рис.3.8.4б) також узгоджується з результатами незалежних методів, що підтверджує коректність та перспективність запропонованого підходу до аналізу муарових зображень.

3.9. Висновки до розділу 3

1. Муарові X -променеві розподіли інтенсивності f суттєво залежать від величини та характеру розподілу локальних сил, діючих на поверхню аналізатора LLL -інтерферометра. Встановлено, що розподіли $P_R(v_r)$ проявляють різну чутливість до характеру розподілу сил у низько- та високочастотних діапазонах.

2. Запропонований підхід до аналізу муарових зображень дозволяє визначати не тільки сумарну величину діючих сил, але й їх просторовий розподіл.

3. Для енергетичних спектрів f значення сумарної сили P_{NL} , яка спричиняє їх появу, визначено на основі середніх просторових радіальних частот \bar{v}_R шляхом апроксимації залежності $P_{NL}^t(\bar{v}_R)$. Відносна похибка обчислення P_{NL} є допустимою як для еталонних муарових зображень ($\epsilon_{PL} = 1,7\%$), так і для експериментальних зображень ($\epsilon_{PL} = 4,6\%$).

4. Просторовий розподіл діючих сил P_{nr} визначено на основі аналізу форми P_R для енергетичних спектрів зображень f з урахуванням сумарної сили P_{NL} . Форму просторових розподілів P_{nr} функціонально описано синусоїдами, амплітуди яких обчислено на основі нормованих площ розподілів P_R для двох заданих діапазонів частот. Залежності між розподілом сил P_{nr} та параметрами P_R встановлено шляхом аналізу серії еталонних муарових зображень.

5. Пропонований метод визначення просторового розподілу зосереджених сил P_{nr} може застосовуватися для визначення довільних сил та відповідних їм деформацій кристалів, які просторово локалізовані вздовж відрізка прямої і значення яких наближено апроксимуються синусоїдами.

РОЗДІЛ 4.
ОСОБЛИВОСТІ ВПЛИВУ ДЕФОРМАЦІЙНОГО ПОЛЯ, УТВОРЕНОГО
ДВОМА ОКРЕМИМИ РОЗПОДІЛАМИ ЗОСЕРЕДЖЕНИХ СИЛ
НА ФОРМУВАННЯ МУАРОВИХ ЗОБРАЖЕНЬ

В даному розділі досліджуються особливості формування муарових картин у випадку суперпозиції далекодіючих деформаційних полів, утворених окремими, по різному орієнтованими, протяжними джерелами деформацій. Для цього використано підходи, розглянуті у другому та третьому розділах при аналізі муарових зображень, утворених окремими розподілами зосереджених сил. Це зумовлено тим, що особливо складно проаналізувати природу утворення дифракційного контрасту для кристалів, які містять комплекси дефектів різного типу і концентрацій. На сьогодні ще не встановлено роль усіх факторів, які впливають на розподіл інтенсивності X-хвиль у реальних кристалах. Як правило, не завжди відомий результуючий вплив дії декількох факторів, хоча для кожного з них він може бути добре дослідженим. Отже, дослідження механізмів формування муарових зображень для випадків різної орієнтації рядів із локальних джерел деформацій є актуальною задачею. Це значно б спростило задачу вивчення комбінованого впливу дефектів на дифракцію X-хвиль, коли дифракційні ефекти проявляються у більш повній мірі, а вплив на них зовнішніх чинників є керованим. Найбільш ефективним такий підхід є для створення в кристалі довгоперіодних та локалізованих полів деформацій.

За допомогою алгоритму, представленого у другому розділі, розраховано муарові зображення деформаційних полів у кристалі, що виникають при різних орієнтаціях двох рядів та певних розподілах у них зосереджених сил (ЗС), зокрема, перпендикулярно до поверхні аналізатора, а лінії розташування сил орієнтовані між собою: паралельно, під кутом та перпендикулярно.

4.1. Муарові зображення утворені двома паралельними рядами зосереджених сил

У даному параграфі досліджується формування муарових картин (МК) на деформаційному полі, яке утворюється двома паралельними рядами із зосереджених сил, паралельними вектору дифракції \vec{H}_{220} для $\text{CuK}_{\alpha 1}$ -випромінювання.

Умови розподілу сил такі ж, як і в розділі 2, відстань між силами ~ 400 мкм (рис.2.3.4).

На всіх МК (рис.4.1.1), починаючи з певної величини ЗС ($P_i = 15$ в.о.) формується характерне асиметричне, еліпсоподібне двостороннє зображення з характерним смугастим чорно-білим контрастом, де періоди смуг збільшуються при віддаленні від області значних деформацій. При цьому зліва і справа від центру рядів асиметрія в розподілах муарових смуг проявляється не тільки у формі еліпсів, але й в кількості новоутворених муарових смуг (МС). Зумовлено, це напевно, формуванням відповідного сумарних поля зміщень та функції локальних розорієнтацій $\alpha(x,y,z)$ (2.2.8) в площині дифракції та на вихідній поверхні кристалу.

В загальному випадку, при рівномірному розміщенні ЗС в рядах, результуючий розподіл $\alpha(x,y)$ залежить від загальної (сумарної) кількості сил в усіх рядах та їх "потужності".

На рис.4.1.1 та рис.4.1.2 представлена серія розрахованих МС з та без фазового муару при рівномірному розподілі (S1) ЗС та однаковому локальному навантаженні P_i , але при різній кількості ЗС у рядах. Так для $R_h(x,y)$ на рис.4.1.1а і рис.4.1.1б та на рис.4.1.1д для $N = 7, 9$, та 11 МК схожі за формою новоутворених муарових смуг. Збільшення кількості ЗС у рядах, а відповідно і сумарного навантаження P_{Σ}^1 як в окремому ряді, так і в двох рядах P_{Σ} призводить, як наслідок, до збільшення кількості муарових смуг. Це досить наглядно демонструється на рис.4.1.1б та рис.4.1.2б, де при $N = 9$ появились дві додаткові МС у порівнянні з МК на рис.4.1.1а та рис.4.1.2а, де $N = 7$.

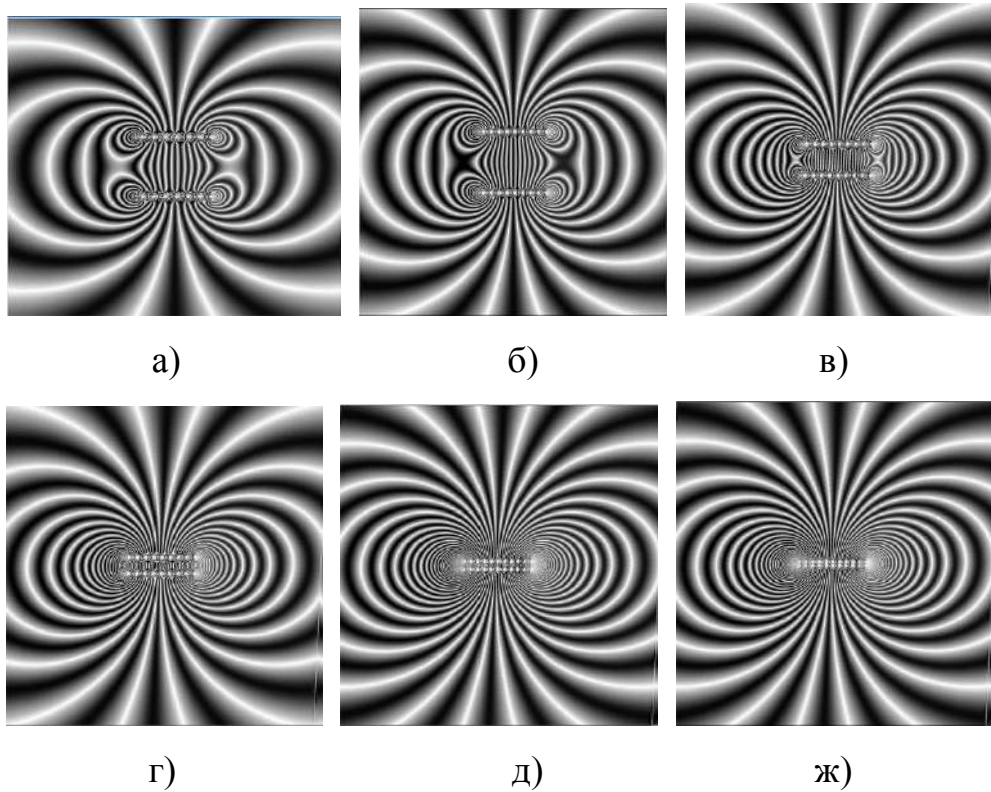


Рис. 4.1.1. Розраховані $R_h(x, y)$, $\Lambda = 0$. Розміри МК ($S_x \times S_y$) = (2×2 мм). Два ряди із ЗС паралельні до \vec{H}_{220} : а) $N = 7$ (ЗС через 400 мкм), відстань між рядами $L_r = 0,1 \cdot S_y$, $P_\Sigma^1 = 105$, $P_\Sigma = 210$; б) $N = 9$, $P_\Sigma = 270$, $L_r = 0,1 \cdot S_y$; в) $L_r = 0,05 \cdot S_y$; г) $L_r = 0,025 \cdot S_y$; д) $N = 11$, $P_\Sigma = 330$, $L_r = 0,0125 \cdot S_y$; ж) $L_r = 0,00625 \cdot S_y$

Така ж тенденція спостерігається і на рис.4.1.1г-4.1.1ж при рості кількості ЗС ($N = 11$). Всі еліпсоподібні смуги починаються і закінчуються в областях локалізації ЗС по обидві сторони від центрів верхнього та нижнього рядів.

Збільшення відстані L_r між рядами призводить до появи додаткових колоноподібних муарових смуг (рис.4.1.1а та 4.1.1б), які формуються у вигляді симетричних фігур, подібних до цифри "8" на деформаційному полі, утвореному в області перших та останніх ЗС у рядах. Між цими фігурами формуються вертикальні муарові смуги, які виникають на деформаційному полі поблизу ЗС у нижній частині верхнього ряду та верхній частині нижнього. При віддаленні від рядів ЗС формування муарових смуг уже відбувається

на результуючому деформаційному полі. При цьому, на рис.4.1.1а та 4.1.1б під крайніми силами двох рядів виникає безмуарова область, яка може у залежності від сумарного навантаження (або кількості сил у ряді) змінювати контраст білий на темний (і навпаки). Виникнення таких областей пояснюється тим, що у результуюче деформаційне поле у цих областях скомпенсоване накладанням областей розтягу-стиску атомних площин від окремих сил. Появу між рядами у центральній частині прямих муарових смуг, пояснюється взаємодією однакових за знаком локальних деформаційних полів. Натомість, еліпсоподібні муарові смуги, які виникають на сумарному деформаційному полі сил поверх першого ряду завершуються у нижній частині другого ряду на тих же локальних силах, що і прямі муарові смуги між рядами.

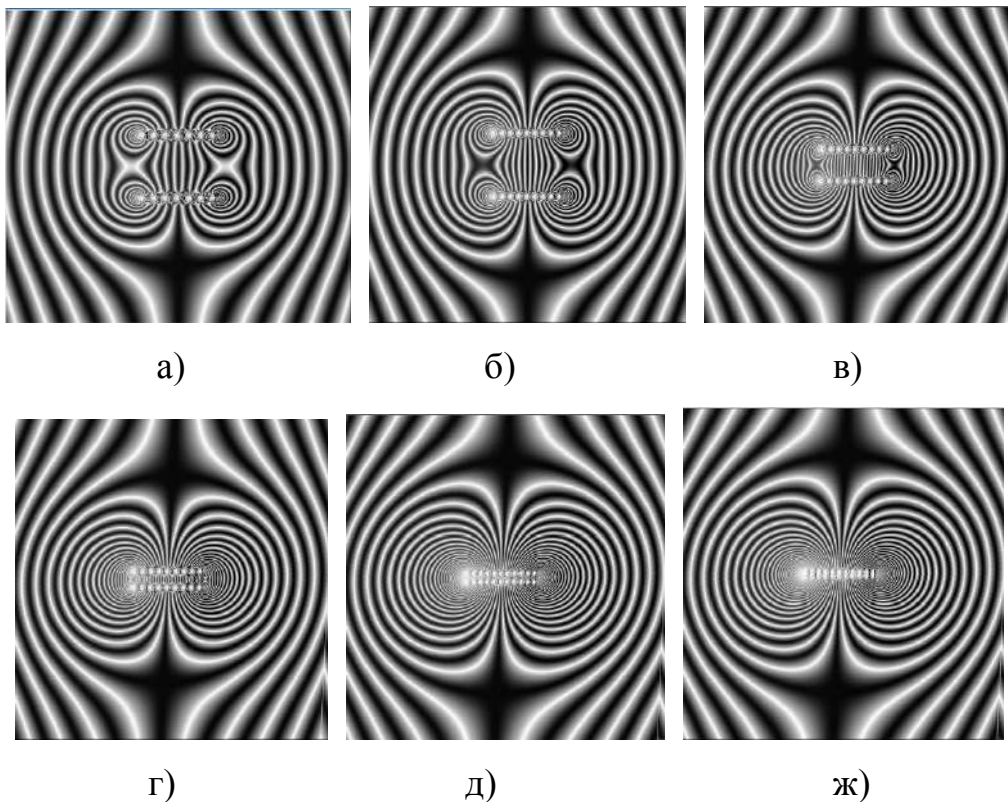


Рис. 4.1.2. Розраховані $R_h(x, y)$ (параметри рис.4.1.1)
з фазовим муаром – $\Lambda = 1800$ мкм

Зменшення відстані між рядами приводить до збільшення результуючого деформаційного поля між рядами, зникає без муарова область та "прямі"

муарові смуги між рядами. При цьому кількість еліпсоподібних муарових смуг не змінюється. Результуюча муарова картина формується сумарним навантаженням від усіх сил у верхньому та нижньому рядах.

В області поблизу локалізації ЗС у рядах сил формується характерне чорно-біле топографічне зображення деформаційного поля від окремих ЗС.

Отже, якісний аналіз формування МК на деформаційному полі, яке утворюється двома паралельними рядами із ЗС, паралельними \vec{H}_{220} дає змогу зробити наступні висновки:

1. Результуюча муарова картина формується сумарним навантаженням від усіх сил у верхньому та нижньому рядах. Збільшення кількості ЗС у рядах, а відповідно і сумарного навантаження як в окремому ряді так і в двох рядах приводить, як наслідок, до збільшення кількості муарових смуг та зменшення їх періоду.

2. Збільшення відстані L_r між паралельними рядами ЗС призводить до появи додаткових колоноподібних муарових смуг, які формуються у вигляді симетричних фігур, подібних до цифри "8" на деформаційному полі, утвореному в області перших та останніх ЗС у рядах. Між цими фігурами формуються вертикальні муарові смуги, які виникають на деформаційному полі поблизу ЗС у нижній частині верхнього ряду та верхній частині нижнього ряду.

3. При віддаленні від рядів ЗС формування муарових смуг уже відбувається на результуючому деформаційному полі. При цьому, між крайніми ЗС у двох рядах виникає без муарова область, яка може у залежності від сумарного навантаження (або кількості сил у ряді) змінювати контраст білий на темний (і навпаки). Сумарне деформаційне поле у цих областях скомпенсоване накладанням областей розтягу-стиску атомних площин від окремих сил.

4. Появу між рядами у центральній частині прямих муарових смуг, пояснюється взаємодією однакових за знаком локальних деформаційних полів. Натомість, еліпсоподібні муарові смуги, які виникають на сумарному деформаційному полі сил поверх першого ряду завершуються у нижній частині

другого ряду на тих же локальних силах, що і прямі муарові смуги між рядами.

Зменшення відстані між рядами приводить до збільшення результуючого деформаційного поля між рядами, зникає без муарова область та "прямі" муарові смуги між рядами. При цьому кількість еліпсоподібних муарових смуг не змінюється.

4.2. Муарові зображення утворені двома рядами зосереджених сил, розміщених під кутом

В даному параграфі розглядається формування муарової картини на деформаційному полі для двох рядів з рівномірним розподілом за величиною навантаженням, розміщених під кутом до вектора дифракції: а) ряди перпендикулярні та під 45° до вектора дифракції; б) 60° між рядами та 30° до вектора дифракції.

Постало завдання – побудувати модель можливого, залишкового деформаційного поля поблизу подряпин, які виникли у процесі скрайбування поверхні інтерферометра у двох напрямках. Наведені на рис.4.2.1 експериментальні муарові картини, отримані В.П. Шафранюком на кремнієвому *LLL*-інтерферометрі до (рис.4.2.1а) та після відпалу (рис.4.2.1б) при $T = 1023$ К [101].

Природно, що не ставилась задача повного співпадання розрахованих та експериментальних картин. Використання одновимірних (чи двовимірних) рядів ЗС у вигляді можливих моделей подряпин далеко не вичерпує перелік можливих джерел деформаційних полів (зокрема, дислокаційних скупчень, мікродвійників тощо). Проте, для дослідження механізмів та закономірностей утворення нових (додаткових) муарових смуг на результуючому деформаційному полі, утвореному рядами із ЗС така модель є досить коректною. Як показано у попередніх розділах для формування "деформаційних" (додаткових) муарових смуг важливе значення має не тільки потужність джерел, але і їх розподіл за величиною.

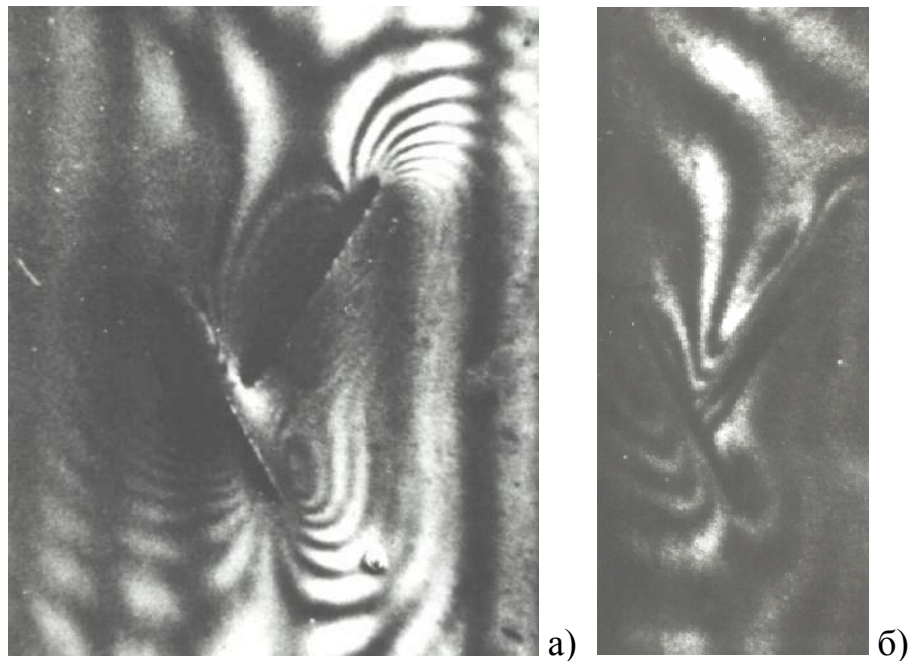


Рис. 4.2.1. Експериментальні муарові картини, нанесені індетором на аналізатора кремнієвого LLL -інтерферометра під кутом до вектору дифракції \vec{H}_{220} для $\text{CuK}_{\alpha 1}$: а) до, б) після відпалу (при $T = 1023 \text{ K}$) [101].

На рис.4.2.2 та рис.4.2.3 представлена серія розрахованих муарових картин з та без фазового муару при рівномірному розподілі (S1) та при різних величинах сумарного навантаження. Розміщення ЗС в рядах таке ж як і в попередньому параграфі (S1), відстань між силами $\sim 400 \text{ мкм}$.

На рис.4.2.2 а-ж змінюється кількість ЗС у рядах (зліва 1-ий ряд, справа 2-й ряд), і відповідно, їх довжина.

Спостерігається кілька систем муарових смуг, формування яких дещо різниться у трьох областях по різні боки від рядів у верхній та нижній частинах картини. У першій області (зліва під нижнім рядом) формуються петлеподібні МС, які починаються і закінчуються на крайніх ЗС у ряді. Їхня кількість залежить від потужності ЗС. У другій області (зверху, між рядами) формуються МС поблизу ЗС нижнього ряду і закінчуються на ЗС верхнього ряду. Тобто, в цій області МС формуються на результуючому деформаційному полі. Із збільшенням "потужності" ЗС верхнього ряду виникають еліпсоподі-

бні МС, які формуються поблизу ЗС у верхньому ряді і закінчуються знизу у нижньому ряді на перших ЗС. Подібні вигнуті МС формуються у третій області (справа між рядами). Тобто, формується зовнішня система МС, яка охоплює ряди та внутрішні локальні системи МС. Ця зовнішня, асиметрична система МС формується на результуючому деформаційному полі, і кількість МС визначається кількістю та потужністю ЗС в рядах.

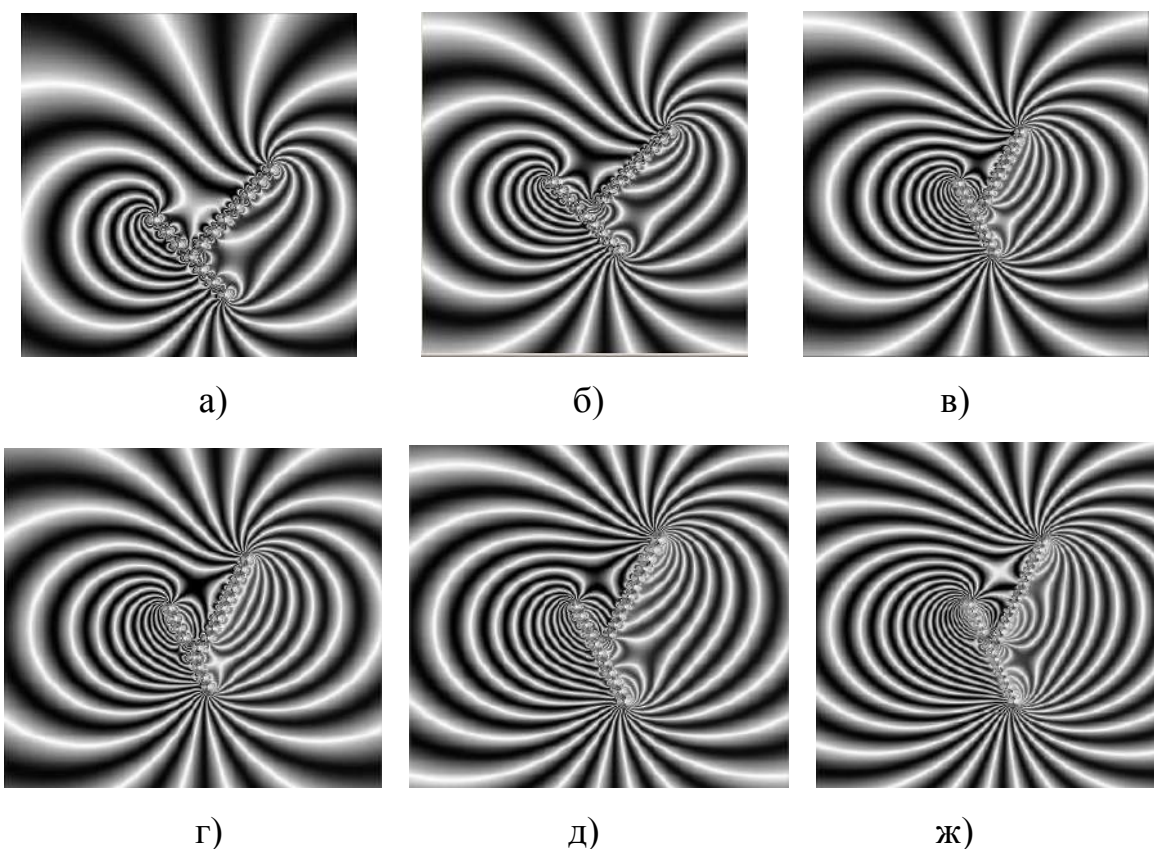


Рис. 4.2.2. МК без фазового муару: а) у 1-му та 2-му рядах $N = 7$, $P_{\Sigma}^1 = P_{\Sigma}^2 = 105$, $\psi = 90^\circ$; б) $N = 9$, $P_{\Sigma}^1 = P_{\Sigma}^2 = 135$, $\psi = 90^\circ$; в) $N = 9$, $P_{\Sigma}^1 = P_{\Sigma}^2 = 135$, $\psi = 60^\circ$; г) розподіл P_i^1 спадний (S6), $N = 11$, $P_{\Sigma}^1 = 146$, $P_{\Sigma}^2 = 165$; д) P_i^1 спадний (S6) та P_{Σ}^2 спадний (S6), $N = 15$, $P_{\Sigma}^1 = P_{\Sigma}^2 = 188$; ж) P_i^1 параболічний (S2) $N = 21$, $P_{\Sigma}^1 = P_{\Sigma}^2 = 289$

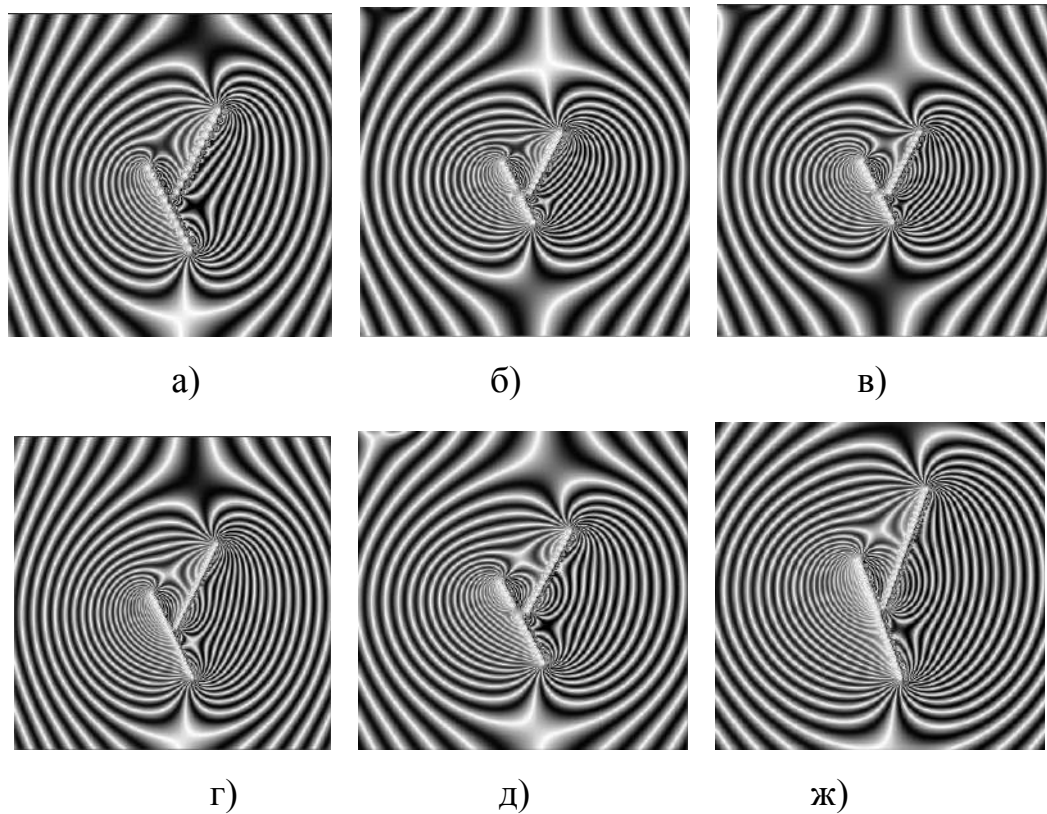


Рис.4.2.3. МК (параметри рис.4.2.2)

при наявності фазового муару $\Lambda = 1200$ мкм

У нижній частині топограми поблизу рядів проявляється, у більшій мірі, локальний вплив на формування МС деформаційного поля окремих ЗС. Тут, як і в попередніх випадках, МС починаються на перших та останніх силах у рядах, а також в тих місцях між рядами, де накладаються деформаційні поля ЗС одного знаку, і немає МС, де накладаються різного знаку.

Як і в випадку паралельних рядів сил під крайніми ЗС двох рядів виникає безмуарова область, яка може у залежності від сумарного навантаження (або кількості сил у ряді) змінювати контраст білий на темний (і навпаки). Виникнення таких областей пояснюється тим, що у результуюче деформаційне поле у цих областях скомпенсоване накладанням областей розтягу-стиску контрасту від окремих сил.

У цілому, порівняння розрахованих на рис.4.2.2 та рис.4.2.3 МК з експериментальними МК демонструє багато спільних рис у формуванні МС на

деформаційному полі створеному рядами ЗС і більш складним залишковим деформаційним полем від подряпин. У нашому випадку ставилась задача дослідити настільки дана модель із ЗС може пояснити механізми формування МС на експериментальних топограмах і запропонувати, як це показано у третьому розділі, шляхи відтворення реального профілю розподілу джерел деформацій та їх потужності [117]. Цікаво, що на розрахованих МК на рис.4.2.2б-4.2.2ж є багато спільних деталей у формуванні МС у відзначених трьох областях МК з експериментальними на рис.4.2.1а. І такі ж деталі є спільними для МС на МК на рис.4.2.2а та рис.4.2.1б. На експериментальних топограмах аналіз МС ускладнює наявність неоднорідного структурного муару.

4.3. Муарові зображення утворені двома перпендикулярними рядами зосереджених сил, які перетинаються

В даному параграфі розглянемо формування муарової картини на деформаційному полі, утвореному двома рядами з рівномірним розподілом за величиною навантаженням, які розміщені паралельно (1-й ряд) та перпендикулярно вектору дифракції: а) ряди перетинаються по центру – одна і та ж локальна сила є центральною у двох рядах; б) – ж) центральна локальна сила у 2-му ряді є початковою у 1-му ряді.

На рис.4.3.1 представлена експериментальна муарова картина, яка отримана В.П.Шафранюком [101], коли на поверхню аналізатора *LLL*-інтерферометра, виготовленого із досконалого кристалу Ge алмазним індентором були нанесені дві подряпини. Навантаження на індентор приладу ПМТ-3 не перевищувала 0,15 Н. Вдавлення і зусилля алмазної піраміди підбиралися такими, щоб отримати пластичні подряпини без крихкої руйнації.

Умови розподілу ЗС у рядах такі ж як і в попередніх параграфах, відстань між ними у ряді ~ 400 мкм (рис.4.3.2г).

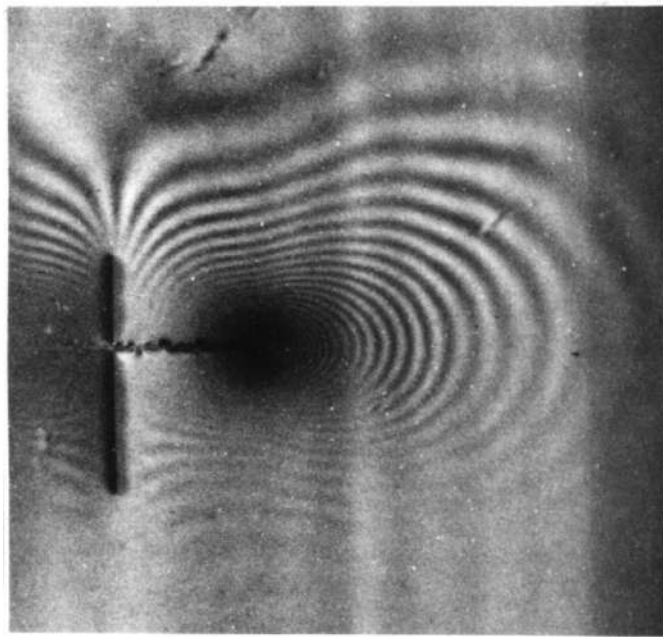


Рис. 4.3.1. Експериментальні інтерферограми, отримані в роботі [64, 101].

Подряпини нанесено на вихідну поверхню германієвого аналізатора LLL -інтерферометра паралельно і перпендикулярно вектору дифракції \vec{H}_{220} для $\text{CuK}_{\alpha 1}$ в напрямках $[\bar{1}10]$ та $[11\bar{2}]$ при зусиллі на індентор 0,15 Н

На рис.4.3.2 та рис.4.3.3 представлена серія розрахованих муарових картин з і без фазового муару при рівномірному розподілі $S1$ у вертикальному ряді та при різних розподілах P_i^N (рівномірний, спадний (S6), параболічний (S2)) у горизонтальному (1-му ряді) та при різних результуючих навантаженнях. На рис.4.3.2а-ж змінюється кількість сил ($N = 9,15,21$) у рядах і, відповідно, довжина рядів. Як і в попередніх випадках, спостерігаються різні системи муарових смуг, формування яких дещо різниться у верхній та нижній частинах картини. На рис.4.3.2 ряди із ЗС утворюють хрестоподібну форму. У цьому випадку формується симетрична еліпсоподібна, замкнута на нижніх та верхніх ЗС вертикального ряду. В середині – формується інша, внутрішня система МС, яка охоплює горизонтальний ряд, і починається і замикається на крайніх ЗС цього ряду, "пронизуючи" вертикальний ряд. Інша картина спостерігається у тих випадках, коли горизонтальний ряд бере початок у центрі

вертикального ряду (рис.4.3.2 б)-ж)). У цьому випадку спостерігається асиметрія у формуванні МС справа та зліва.

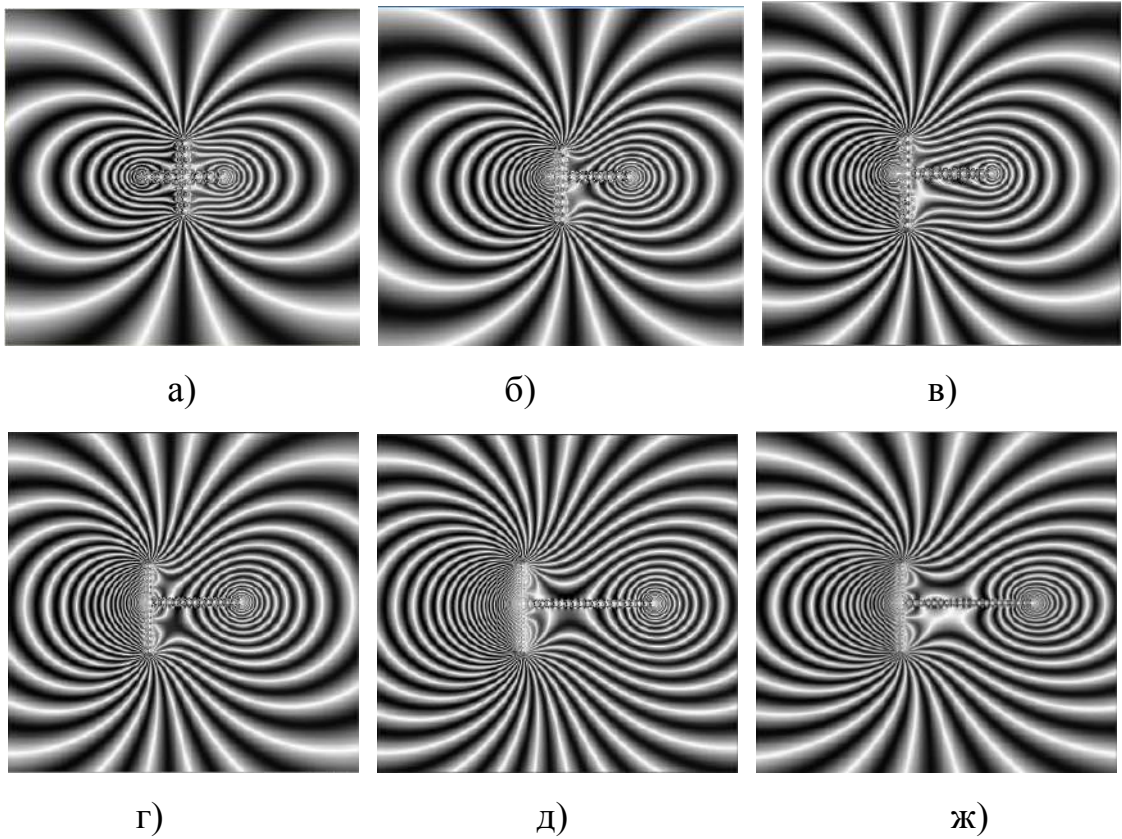


Рис. 4.3.2. МК без фазового муару: а) у 1-му та 2-му рядах $N = 9$, $P_{\Sigma}^1 = P_{\Sigma}^2 = 135$; б) $N = 9$, $P_{\Sigma}^1 = P_{\Sigma}^2 = 135$; в) $N = 11$, P_i^1 спадний (S6), $P_{\Sigma}^1 = 146$, $P_{\Sigma}^2 = 165$; г) $N = 15$, P_i^1 (S6), $N = 15$, $P_{\Sigma}^1 = 230$, $P_{\Sigma}^2 = 225$; д) $N = 21$, $P_{\Sigma}^2 = 273$, P_i^2 (S6), $P_{\Sigma}^2 = 291$; ж) $N = 21$, $P_{\Sigma}^1 = 315$, P_i^2 (S2), $P_{\Sigma}^2 = 327$

Тобто, у лівій лівій частині МК формуються замкнуті еліпсоподібні МС, які зароджуються на нижніх ЗС та закінчуються на верхніх ЗС вертикального ряду. У правій частині, характер формування муарових смуг такий же, як на рис.4.3.2а. Тобто, тут формується зовнішня муарова система на результуючому деформаційному полі та внутрішня система МС, яка в одному випадку, зароджується поблизу ЗС вертикального ряду та замикається поблизу ЗС го-

ризонтового. Водночас, виникає ще одна система МС, які починаються та закінчуються на локальних силах одного і того ж ряду. У нижній частині у ближньому від рядів деформаційному полі проявляться у більшій мірі локальний вплив деформаційного поля окремих сил. Як і в попередніх випадках МС починаються на перших та останніх силах у рядах, а також в тих місцях між рядами, де накладаються деформаційні поля локальних сил одного знаку, і немає МС, де вони різного знаку.

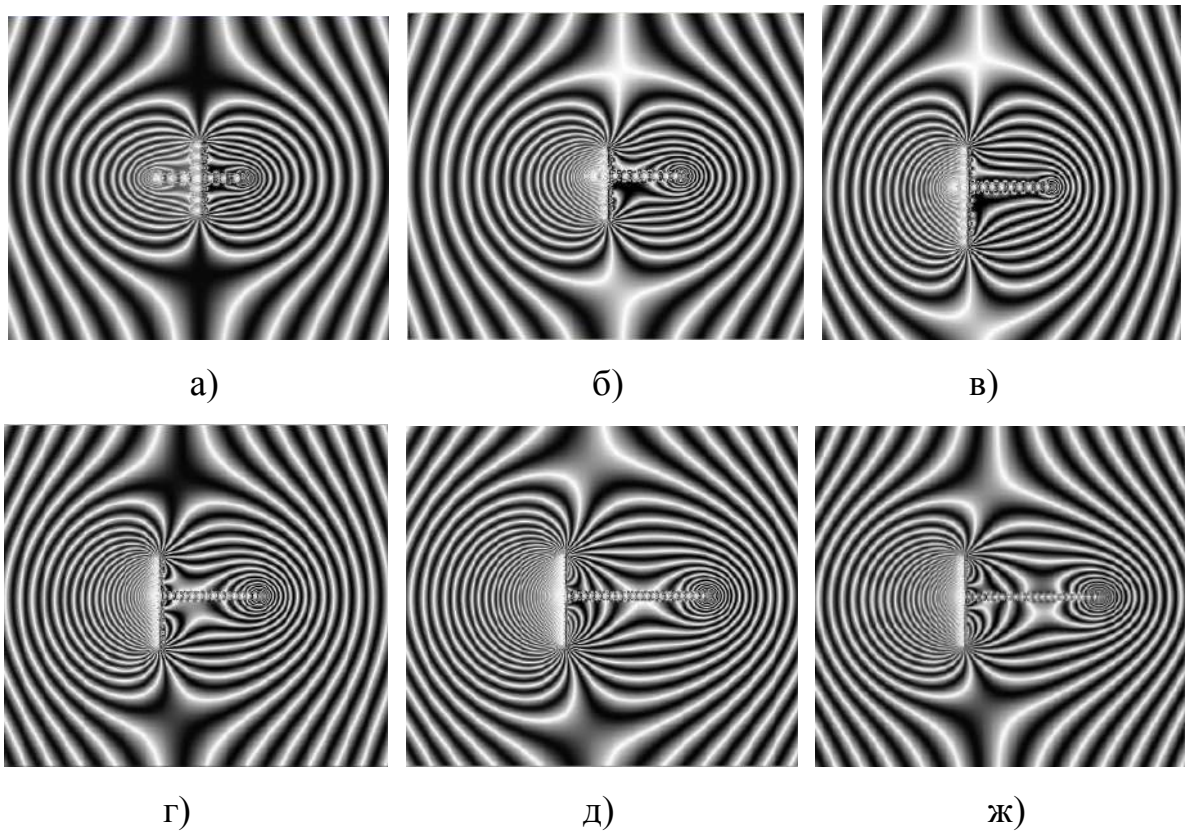


Рис. 4.3.3. МК (параметри рис.4.3.2)
при наявності фазового муару

При віддаленні від рядів формуються різноперіодні системи МС на результуючому деформаційному полі.

При збільшенні довжини горизонтального ряду, і, відповідно, кількості ЗС, зменшується вплив ЗС вертикального ряду і формується замкнута на ЗС горизонтального ряду еліпсоподібна система МС. Як і в випадку паралельних рядів сил поблизу двох рядів виникає без муарова область, яка може у залеж-

ності від сумарного навантаження (або кількості сил у ряді) змінювати контраст білий на темний (і навпаки). Виникнення таких областей пояснюється тим, що у результуюче деформаційне поле у цих областях скомпенсоване накладанням областей розтягу-стиску атомних площин від окремих сил. Появу між рядами у центральній частині прямих муарових смуг, які починаються на силах у верхньому ряду та закінчуються симетрично на силах у нижньому, пояснюється взаємодією однакових за знаком локальних деформаційних полів. Водночас, еліпсоподібні муарові смуги, які виникають на сумарному деформаційному полі ЗС на вершині першого ряду завершуються у центральній частині другого ряду на тих же ЗС, що і МС на кінці горизонтального (1-го ряду).

Збільшення кількості сил у 1-му ряді приводить до збільшення результуючого деформаційного поля в області цього ж ряду і збільшення кількості колоподібних МС, які починаються та закінчуються на одній тій же МС.

У лівій частині муарової картини поблизу ЗС вертикального (2-го) ряду виникають "безмуарові" області, тобто області у яких накладаються різні за знаком деформаційні поля від ЗС. У лівій частині МК кількість МС не змінюється, оскільки у цій області переважає деформаційне поле, утворене МС 2-го ряду. Водночас, у правій частині МК утворені МС є симетричними по відношенню до 1-го ряду та формуються ЗС 1-го ряду та 2-го ряду.

4.4. Формування муарових зображень, утворених двома перпендикулярними рядами зосереджених сил

Проведені у даному параграфі дослідження мають значення для відтворення деформаційного поля, яке виникає у випадку двох окремих скрайбувань (подряпин) поверхні аналізатора Х-променевого *LLL*-інтерферометра, які проведені у роботах [64, 69, 72, 101] (рис.4.4.1). Зокрема, в роботі [64] на поверхню аналізатора *LLL*-інтерферометра, виготовленого із досконалого кристалу Si, алмазним індентором були нанесені дві подряпини, розмірами 1,5 мм та 2 мм, відповідно. Навантаження на індентор приладу ПМТ-3 не пере-

вищувала 40 г. Вдавлення і зусилля алмазної піраміди підбиралися такими, щоб отримати пластичні подряпини без крихкої руйнації. У цьому випадку утворене деформаційне поле є складним і не має аналітичного опису, крім того, необхідно також врахувати ефекти накладання окремих інтерференційних полів, які виникають від різних спотворених областей кристала. Проведене вибіркоче травлення подряпини виявило дислокаційні ямки, лінійна густина яких становила $3 \cdot 10^2 \text{ мм}^{-2}$ і більше [73, 101]. Структурні муарові смуги на рис.4.4.1а розташовуються еліпсоїдальними смугами, розділеними в центрі подряпини лінією відсутності контрасту (нульовою муаровою смугою). Зліва і справа від нульової смуги спостерігається 13-15 смуг. При наближенні до лінії подряпини відстані між ними зменшуються, що приводить відповідно до збільшення величини відносної деформації [101, 118]. Поблизу лінії подряпини спостерігається зображення, що складається з майже періодичних по розподілу чорно-білих пелюсток.

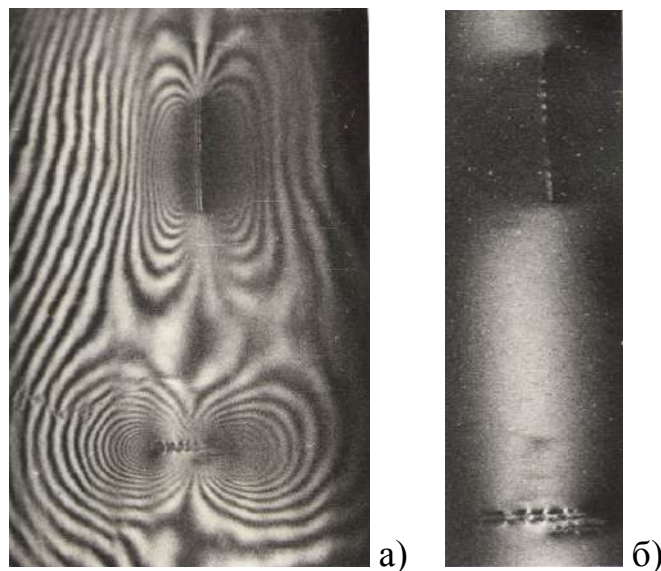


Рис. 4.4.1. Експериментальні муарове а) та топографічне б) зображення двох подряпин, нанесених на поверхні аналізатора *LLL*-інтерферометра в напрямках $[110]$ та $[11\bar{2}]$, відповідно. Навантаження на індентор 0,4 Н [64, 101].

Зображення отримано для $(220) \text{ CuK}_\alpha$ -випромінювання

Дифракційне зображення від подряпини, орієнтованої перпендикулярно вектору дифракції, представляє собою перервну світлу лінію, що огорнута з двох сторін темним полем (рис.4.4.1б).

Поблизу подряпин на рис.4.4.1 спостерігаються як картини муару, так і топографічні зображення подряпини. Наявність другого зображення обумовлено тим, що в області великих деформацій $\frac{\Delta d}{d} \geq 10^{-4}$ або $\alpha(\vec{r}) > 0.1|\chi_h|$ (поблизу лінії подряпини) порушується когерентність інтерференційних пучків в аналізаторі інтерферометра, тобто замість звичайно спостережуваної амплітудної інтерференції має місце пряме складання інтенсивності обох пучків.

Аналіз муарових картин, а також побудованих по них функцій локальних розорієнтацій дозволили в роботі [64] зробити припущення, що в околі подряпини можуть утворюються дислокаційні скупчення з обох сторін від її лінії.

У нашому випадку, проведемо моделювання муарових картин для модельних представлень із двох систем ЗС, які рівномірно розміщені у взаємно перпендикулярних рядах. На рис.4.4.2 та рис.4.4.3 досліджується формування МК на деформаційному полі, яке утворюється двома перпендикулярними рядами з рівномірно розміщеними зосередженими навантаженнями. Формування муарових картин $R_h^A = R_h(x, y)$ (рис.4.4.2, 4.4.3) відбувається у випадку взаємодії деформаційних полів, утворених системою із двох перпендикулярних рядів ЗН у залежності від відстані між ними L_r . Розміри МК ($S_x \times S_y$): (4×8 мм).

У нижній частині МК (рис.4.4.2) деформаційне поле утворюють два паралельні вектору дифракції ряди із 5-ти рівномірно розподілених ЗН (P_i^N (30-25-20-25-30) із сумарним навантаженням $-P_\Sigma^N = 260$). Довжина рядів: $L_N = 0,1 \cdot S_x$; відстань між рядами $L_r = 0,06 \cdot S_y$.

Довжина вертикального (перпендикулярного до вектору дифракції) ряду $L_h = 0,15 \cdot S_y$. Розподіл 11-ти ЗН – P_i^h (36-27-21-18-15-12-15-18-21-27-36). Сумарне навантаження $P_\Sigma^h = 246$.

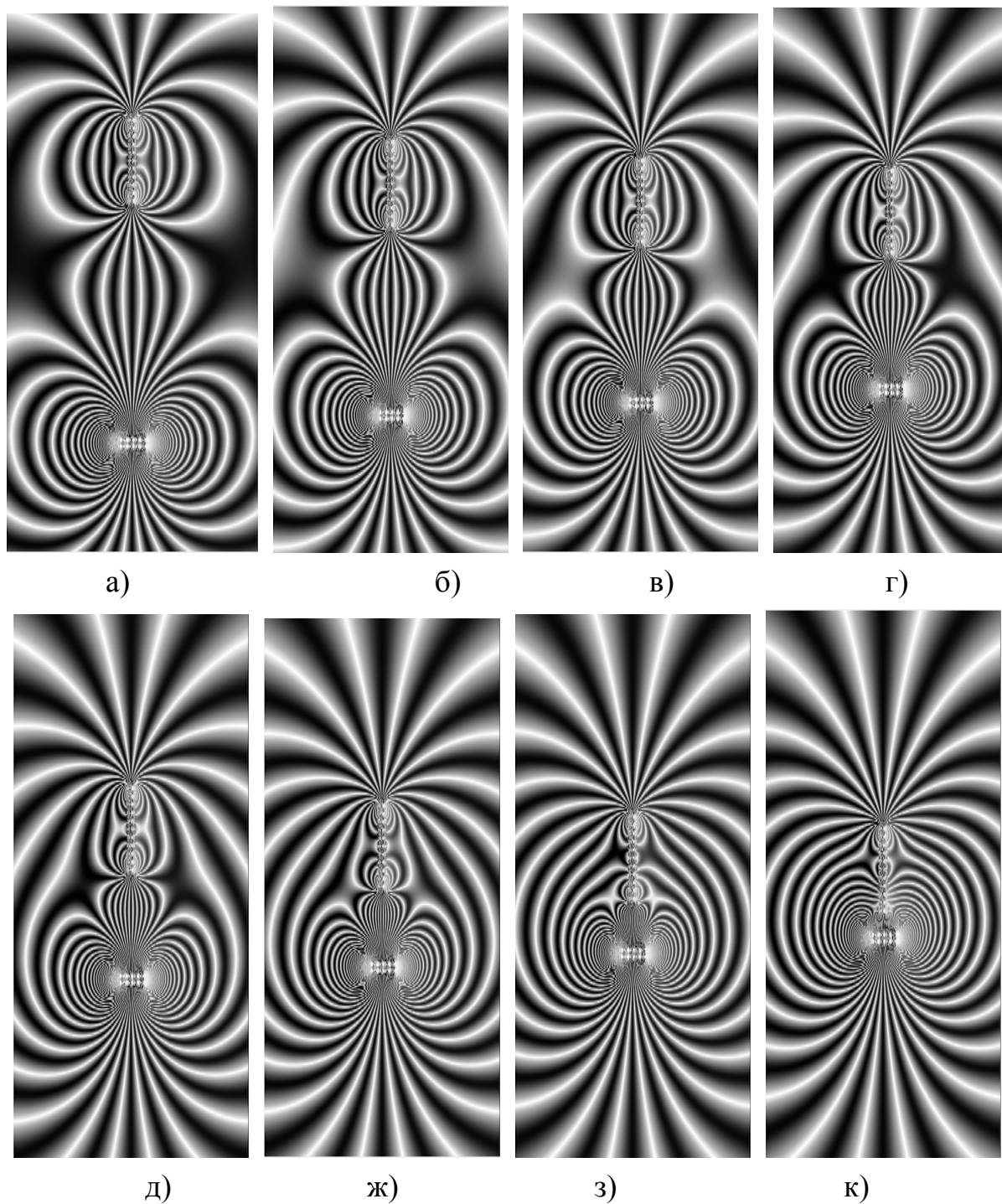


Рис. 4.4.2 Розподіли інтенсивності $R_h^A = R_h(x, y)$ у випадку взаємодії деформаційних полів, утворених двома перпендикулярними рядами ЗН без фазового муару). Розміри МК ($S_x \times S_y$): (4×8 мм).

У нижній частині – ряди із 5-ти ЗН: $P_\Sigma^N = 260$; $L_N = 0,1 \cdot S_x$; відстань між рядами $L_i = 0,06 \cdot S_y$. Довжина вертикального ряду $L_h = 0,15 \cdot S_y$, $P_\Sigma^h = 246$.

Відстань між рядами L_r у долях від S_y :

а) 0,45; б) 0,35; в) 0,3; г) 0,25; д) 0,2; ж) 0,15; з) 0,1; к) 0,05

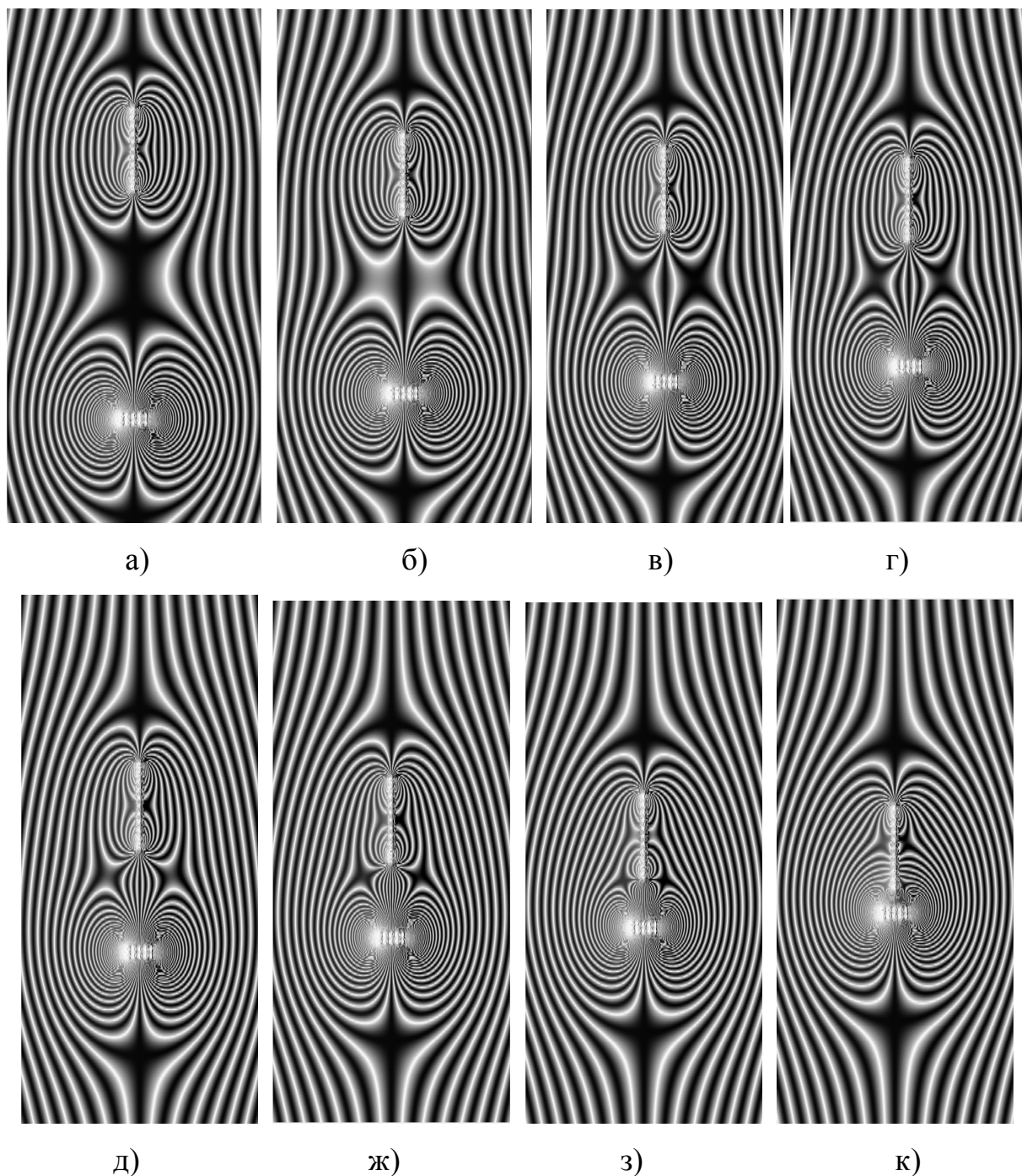


Рис. 4.4.3. Муарові розподіли інтенсивності $R_h^A = R_h(x, y)$ при наявності фазового муару $\Lambda = 1200$ мкм.

Відстань між рядами L_r у долях від S_y :

а) 0,45; б) 0,35; в) 0,3; г) 0,25; д) 0,2; ж) 0,15; з) 0,1; к) 0,05

На рис.4.4.2 та рис.4.4.3 наведена серія розрахованих муарових картин з і без фазового муару. На рис.4.4.2а спостерігається формування еліпсоподібних муарових смуг окремо навколо кожного із рядів так і між ними, у вигляді (у

цьому випадку 5) напівеліпсів, які починаються на першій ЗС вертикального ряду і накладаються на муарові смуги, що зароджуються у центральній частині верхнього горизонтального ряду. При цьому, зароджуються також муарові смуги у верхній частині (в області останньої у ряду ЗС) вертикального ряду, які накладаються на муарові смуги, що виникають у центральній частині нижнього горизонтального ряду. Ці МС формуються на слабкому результуючому деформаційному полі, утвореному всіма ЗН.

Зменшення відстані між рядами, і відповідно, збільшення взаємодії деформаційних полів, ще більш помітно відображається на формуванні всієї системи МС (рис.4.4.2б-к). Збільшується кількість вертикальних напівеліпсів та їх кривизна від центру. МС огинають ряди ЗН і зближуються по центру.

Цікаво, що крайні МС, утворені у ДП вертикального ряду та на крайніх ЗС горизонтальних рядів розриваються і накладаються, утворюючи таким чином нову огинаючу МС, яка завершується у центральній частині нижнього горизонтального ряду. Тобто кількість МС навколо рядів зменшується, проте збільшується спільно сформованих охоплюючих їх МС.

Це тенденція наростає із зменшенням відстані між вертикальним та горизонтальними рядами і приводить до розриву всіх окремих смуг (рис.4.4.2з та к) та формування "грушеподібної" форми системи МС навколо цих рядів. Можна стверджувати, що сформована таким чином система МС, яка хоча і зберігає деякі характерні риси для кожного із вертикальних та горизонтальних рядів, проте у цілому відображає результуюче деформаційне поле.

Приведені на рис.4.4.3 МК, розраховані при наявності фазового муару більш наглядно підтверджують результати, приведені на рис.4.4.2. Система фазових смуг значно звужує область прояву деформаційних смуг від окремих рядів. Оскільки, тут значний вплив мають фазові співвідношення між деформаційною складовою і заданою періодом фазового муару. Деформаційні МС ніби втискаються між фазових. Це дозволяє більш точніше визначати деформаційну "потужність" МС, визначати їх період та кількість.

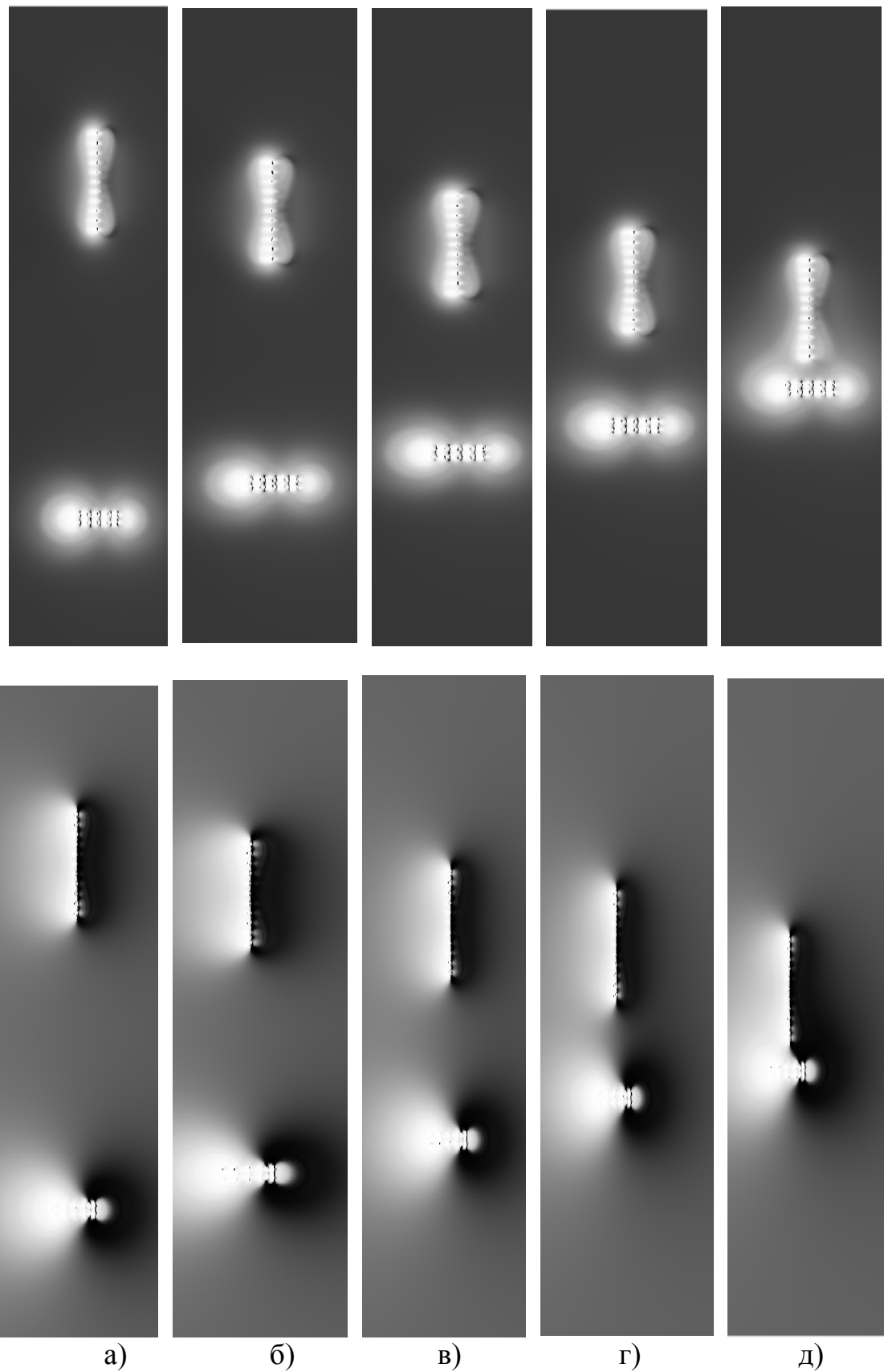


Рис. 4.4.4. Топографічне зображення деформаційного поля, утвореного у пучках $R_h^A = E_{0h}^I E_{0h}^{I*}$ (верхній ряд) і $R_o^A = E_{hh}^{II} E_{hh}^{II*}$ (нижній) LLL -інтерферометра. Відстань між рядами L_r у долях від S_y : а) 0,45; б) 0,35; в) 0,25; г) 0,1; д) 0,05

У цілому, картина формування МС у деформаційному полі системою ЗН, розміщених у горизонтальних та вертикальних рядах, дає більше інформації, чим топографічні картини, розраховані для окремих пучків $R_h^A = E_{oh}^I E_{oh}^{I*}$ (верхній ряд) і $R_o^A = E_{hh}^{II} E_{hh}^{II*}$ (нижній) рис.4.4.4.

Отже, поява між рядами у центральній частині прямих муарових смуг, які починаються на силах у верхньому ряду та закінчуються симетрично на силах у нижньому, пояснюється взаємодією однакових за знаком локальних деформаційних полів. Зменшення відстані між рядами приводить до збільшення результуючого деформаційного поля між рядами, зникає безмуарова область та "прямі" муарові смуги між рядами. При цьому кількість еліпсоподібних муарових смуг не змінюється.

Можна стверджувати, що сформована таким чином система МС, яка хоча і зберігає деякі характерні риси для кожного із вертикальних та горизонтальних рядів, проте у цілому відображає результуюче деформаційне поле утворене ними.

Фрактальна розмірність (ФР) характеризує ступінь самоподібності муару. Показує наскільки частина афінно-самоподібного об'єкта подібна до цілого об'єкта після його анізотропного масштабування [119, 120].

Подібність різноперіодних структур на рис.4.4.4 краще проявляється в порівнянні з класичними алгоритмами розрахунку фрактальної розмірності (рис.4.4.5).

Фрактальні розмірності розраховані за алгоритмом підрахунку блоків.

Максимальне значення ФР на рис.4.4.5 ($L_r = 0,1 \cdot Sy$) свідчить про втрату рядами окремих суб'єктів, а при $L_r = 0,05$ муарова картина формується вже на їх сумарному деформаційному полі.

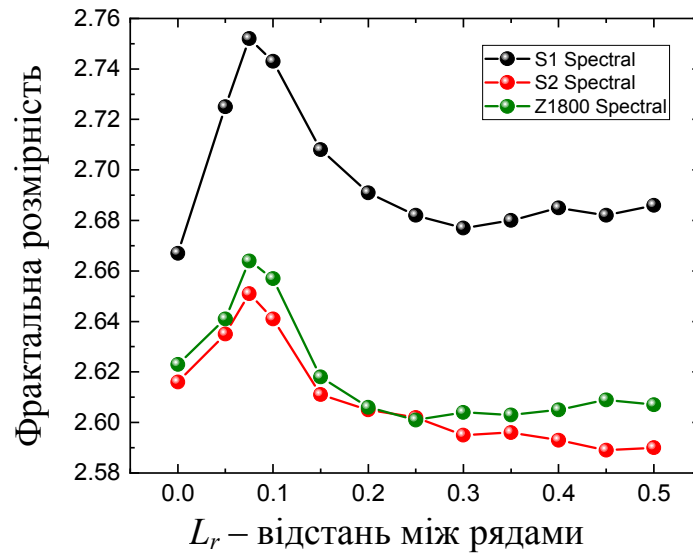


Рис. 4.4.5. Фрактальна спектральна розмірність для МЗ (рис.4.4.3), отриманих в залежності від L_r . S1 – МЗ без, S2 – з фазовим муаром при $\Lambda = 1200$ мкм, Z1800 при $\Lambda = 1800$ мкм

Фрактальні розмірності розраховані на основі спектрів Фур'є перетворення лінійних перерізів інтенсивності муарових розподілів (рис.4.4.6).

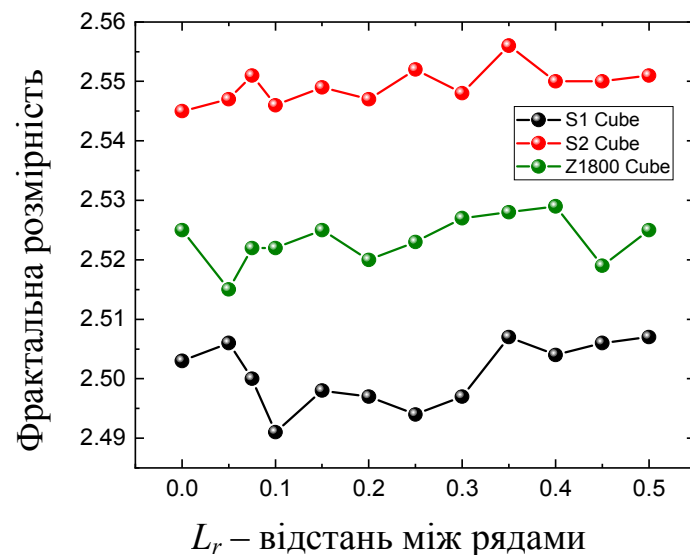


Рис. 4.4.6. Фрактальна розмірність для МЗ (рис.4.4.3), отриманих в залежності від L_r . S1 – МЗ без, S2 – з фазовим муаром при $\Lambda = 1200$ мкм, Z1800 при $\Lambda = 1800$ мкм

Фрактальні розмірності МЗ при $\Lambda = 1800$ мкм та $\Lambda = 1200$ мкм є різними на відстанях між рядами до $L_r = 0,25 \cdot S_y$, де вони накладаються при $L_r = 0,20 \cdot S_y$, і знову, при наближенні незначно розходяться, але зберігають подібність від зміни L_r . Різної поведінці ФР на відстані $L_r > 0,25 S_y$ пояснюється різною "потужністю стиску" або "опору" деформаційних до фазових муарових смуг, тобто ще не сформованого сумарного деформаційного поля, утвореного двома рядами. Напевно, при $L_r = 0,25 \cdot S_y$ утворена система МС без і при фазових муарах, яка хоча і зберігає деякі характерні риси для кожного із вертикальних та горизонтальних рядів, проте у цілому уже відображає результуюче деформаційне поле утворене ними.

В нашому випадку, фрактальна розмірність характеризує ступінь самоподібності муару. Показує наскільки частина афінно-самоподібного об'єкта подібна до цілого об'єкта після його анізотропного масштабування. Більш інформативним для нас тут є використання алгоритму розрахунку величини фрактальної розмірності, який ґрунтується на перетвореннях Фур'є лінійних профілів інтенсивностей муару, взятих в різних напрямках. Подібність різноперіодних структур краще проявляється в порівнянні з класичними алгоритмами розрахунку фрактальної розмірності. Максимум розмірності на рис.4.4.6 ми бачимо, коли картина муару наближається до центросиметричної.

4.5. Висновки до розділу 4

В даному розділі досліджено особливості формування муарових картин у випадку суперпозиції далекодіючих деформаційних полів, утворених окремими, по різному орієнтованими, протяжними джерелами деформацій.

За допомогою алгоритму, представленому у другому розділі розраховано муарові зображення деформаційних полів у кристалі, що виникають при різних орієнтаціях двох рядів та певних розподілах у них зосереджених сил (ЗС), зокрема, перпендикулярно до поверхні аналізатора, а лінії розташування сил орієнтовані між собою: паралельно, під кутом та перпендикулярно.

1. Якісний аналіз формування МК на деформаційному полі, яке утворюється двома паралельними рядами із ЗС, паралельними \vec{H}_{220} дає змогу зробити наступні висновки: результуюча муарова картина формується сумарним навантаженням від усіх сил у верхньому та нижньому рядах. Збільшення кількості ЗС у рядах, а відповідно і сумарного навантаження як в окремому ряді так і в двох рядах приводить, як наслідок, до збільшення кількості муарових смуг та зменшення їх періоду. Збільшення відстані Lr між паралельними рядами ЗС призводить до появи додаткових колоноподібних муарових смуг, які формуються у вигляді симетричних фігур, утворених в області перших та останніх ЗС у рядах. Між цими фігурами формуються вертикальні муарові смуги, які виникають на деформаційному полі поблизу ЗС у нижній частині верхнього ряду та верхній частині нижнього ряду.

2. Формування муарової картини на деформаційному полі, утвореному двома рядами з рівномірним розподілом за величиною навантаженням та розміщених під кутом до вектору дифракції має наступні особливості: виникає кілька систем муарових смуг, які різняться у трьох областях по різні боки від рядів у верхній та нижній частинах картини. У першій області формуються петлеподібні МС, які починаються і закінчуються на крайніх ЗС у ряді. Їхня кількість залежить від потужності ЗС. У другій області (зверху, між рядами) формуються МС поблизу ЗС нижнього ряду і закінчуються на ЗС верхнього ряду. У третій області (справа між рядами) зовнішня асиметрична система

МС охоплює ряди та внутрішні локальні системи МС, формується на результуючому деформаційному полі. Кількість МС визначається кількістю та потужністю ЗС в рядах.

3. Формування муарової картини на деформаційному полі, утвореному двома рядами, які є перпендикулярними та перетинаються в центрі (одна і та ж локальна сила є центральною у двох рядах) має наступні особливості: як і в попередніх випадках МС починаються на перших та останніх силах у рядах, а також в тих місцях між рядами, де накладаються ДП локальних сил одного знаку, і немає МС, де накладаються різного знаку.

При віддаленні від рядів еліпсоподібні муарові смуги, які виникають на сумарному деформаційному полі сил на вершині першого ряду завершуються у центральній частині другого ряду на тих же локальних силах, що і муарові смуги закінченні 1-го ряду. Збільшення кількості сил у 1-му ряді приводить до збільшення результуючого деформаційного поля в області цього ж ряду і збільшення кількості колоподібних муарових смуг, які починаються та закінчуються на одній тій же локальній силі.

4. Досліджено формування МК на деформаційному полі, яке утворюється двома перпендикулярними рядами з рівномірно розміщеними зосередженими навантаженням (ЗН). Виявлено наступні особливості: еліпсоподібні муарові смуги виникають окремо навколо кожного із рядів так і між ними, у вигляді півеліпсів, які починаються на першій ЗС вертикального ряду і накладаються на МС, що зароджуються у центральній частині верхнього горизонтального ряду. Зменшення відстані між рядами, і відповідно, збільшення взаємодії деформаційних полів, ще більш помітно відображається на формуванні всієї системи МС. Збільшується кількість вертикальних півеліпсів та їх кривизна від центру. МС, огинають ряди ЗН і зближуються в центрі.

Подібність різноперіодних структур краще проявляється в порівнянні з класичними алгоритмами розрахунку фрактальної розмірності.

Максимальне значення ФР свідчить про втрату рядами окремих суб'єктів, а МС формується вже на їх сумарному деформаційному полі.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ І ВИСНОВКИ

Дослідження закономірностей формування інтерференційних картин X -хвиль в аналізаторі LLL -інтерферометра, в якому створюється задане деформаційне поле, є важливим підґрунтям для подальшої розробки методів по відтворюванню розподілів деформаційних полів та визначенню компонент тензора деформацій створюваних дефектами.

1. На інтерференційних розподілах інтенсивності в залежності від потужності зосереджених навантажень спостерігаються, як правило дві системи деформаційних муарових смуг, які формуються у перехідних по знаку областях (стиск-розтяг). Перша система муарових смуг локалізується поблизу дії ЗН, де максимальна швидкість зміни фази (деформації).

Наявність фазового муару призводить до зміни (крім центрального зосередженого навантаження) чергування контрасту у системі світло-темних смуг інтенсивності, і який, водночас, є своєрідним зондом, за допомогою якого можна оцінити не тільки потужність крайніх зосереджених навантажень зі зміни періодів муарових смуг, а також визначити характер убування сумарного деформаційного поля. Форма муарових смуг відображає загальне поле зміщень $\bar{U}(\bar{r})$, утворене дією ряду зосереджених навантажень.

2. Зменшення зворотної величини періоду муарових смуг $\Lambda(x)$ при видаленні від крайнього зосередженого навантаження в ряду відображає залежність сумарного деформаційного поля $\partial U_x(x)/\partial x$ і має гіперболічний характер спадання.

3. Аналіз амплітудних спектрів Фур'є F_A та їх радіальних розподілів F_R від сумарних значень ЗН P_1-P_N , показує, що інтегральні параметри спектрів, такі як їх середня радіальна частота, чутливі у першу чергу до суми ЗН P_{NL} .

Двомірне пряме дискретне швидке перетворення Фур'є муарових розподілів інтенсивності дозволяє за характерними особливостями спектрів Фур'є та їх розподілів оцінити можливу величину навантаження, яке спричиняє

деформацію кристалів.

4. Муарові X -хвильові розподіли інтенсивності суттєво залежать від величини та характеру розподілу локальних ЗН, діючих на поверхню аналізатора LLL -інтерферометра. Встановлено, що розподіли $P_R(v_r)$ проявляють різну чутливість до характеру розподілу ЗН у низько- та високочастотних діапазонах. Запропоновано підхід до аналізу муарових зображень, який дозволяє визначати не тільки сумарну величину діючих ЗН, але й їх просторовий розподіл.

5. Для енергетичних спектрів МЗ значення сумарного навантаження P_{NL} , яка спричиняє їх появу, визначено на основі середніх просторових радіальних частот \bar{v}_R шляхом апроксимації залежності $P_{NL}^t(\bar{v}_R)$, отриманої для еталонних муарових зображень. Відносна похибка обчислення P_{NL} є допустимою як для еталонних муарових зображень ($\varepsilon_{PL} = 1,7\%$), так і для експериментальних зображень ($\varepsilon_{PL} = 4,6\%$).

6. Просторовий розподіл діючих ЗН P_{nr} визначено на основі аналізу форми P_R для енергетичних спектрів муарових зображень з урахуванням сумарного навантаження P_{NL} . Форму просторових розподілів P_{nr} функціонально описано синусоїдами, амплітуди яких обчислено на основі нормованих площ розподілів P_R для двох заданих діапазонів частот. Залежності між розподілом ЗН P_{nr} та параметрами P_R встановлено шляхом аналізу серії еталонних муарових зображень.

Запропонований метод визначення просторового розподілу ЗН P_{nr} може застосовуватися для визначення довільних ЗН та відповідних їм деформацій кристалів, які просторово локалізовані вздовж відрізка прямої і значення яких наближено апроксимуються синусоїдами.

7. За допомогою чисельного розв'язку рівнянь Такагі розраховано муарові зображення на деформаційних полях, що виникають при певному розподілі зосереджених навантажень у вигляді двох окремих рядів, по-різному орієнтованих, і в яких рівномірно розміщені зосереджені навантаження, зокрема:

паралельних, перпендикулярних та під кутом до вектору дифракції \vec{H}_{220} . Якісний аналіз формування МЗ на деформаційному полі, яке утворюється двома паралельними рядами із ЗН, паралельними \vec{H}_{220} дає змогу стверджувати наступне:

а) Результируюча муарова картина формується сумарним навантаженням від усіх ЗН у верхньому та нижньому рядах. Збільшення кількості ЗН у рядах, а відповідно і сумарного навантаження як в окремому ряді, так і в двох рядах призводить, як наслідок, до збільшення кількості муарових смуг та зменшення їх періоду.

б) При віддаленні від рядів ЗН формування муарових смуг уже відбувається на результируючому деформаційному полі. Сумарне деформаційне поле у цих областях скомпенсоване накладанням областей розтягу-стиску атомних площин від окремих ЗН.

8. При формуванні МС на деформаційному полі, утвореному двома перпендикулярними рядами ЗН, що перетинаються у центрі вертикального ряду при збільшенні довжини горизонтального ряду і, відповідно, кількості ЗН, зменшується вплив ЗН вертикального ряду і формується замкнута на ЗН горизонтального ряду еліпсоподібна система МС. Як і в випадку паралельних рядів ЗН поблизу двох рядів виникає без муарова область, яка може у залежності від сумарного навантаження (або кількості ЗН у ряді) змінювати контраст білий на темний (і навпаки).

Можна стверджувати, що сформована таким чином система МС, яка хоча і зберігає деякі характерні риси для кожного із вертикальних та горизонтальних рядів, проте у цілому відображає результируюче деформаційне поле утворене ними. Максимальне значення фрактальної спектральної розмірності може свідчити про те, що МЗ вже формується на їх сумарному деформаційному полі.

СПИСОК ЦИТОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Bonse U. X-Ray and neutron interferometry // bonse@physik.uni-dortmund.de.
2. Bonse U. X-Ray interferometr / U. Bonse, M. Hart // *Appl. Phys. Letters*. – 1965. – Vol. 6. – No. 8. – P. 155-156.
3. Bonse U. An X-Ray interferometer with long separated interfering beam paths / U. Bonse, M. Hart // *Appl. Phys. Letters*. – 1965. – No. 7. – P. 99-100.
4. Bonze U. Moire patterns of atomic planes obtained by X-Ray interferometry / U. Bonze, M. Hart // *Z. Physik*. – 1966. – Vol. 190. – P. 455-467.
5. Hart M. Pendellosung fringes in elastically deformed silicon // *Z. Physik*. – 1966. – Vol. 189 – No. 3. – P. 269-291.
6. Bonse U. X-Ray diffraction by a crystal containing a translation fault // *Phys. Stat. Sol.* – 1969. – Vol. 33 – No. 1. – P. 144-153.
7. Bonse U. A two-crystal X-Ray interferometer // *Z. Physik*. – 1968. – Bd.214. – S. 16-21.
8. Bonse U. Combined Laue-Bragg-case X-Ray interferometers / U. Bonse, M. Hart // *Acta Cryst A*. – 1968. – Vol. 24. – P. 240-245.
9. Bonse U. Measurements of neutron interference and polarization effects caused by nuclear and magnetic interaction / U. Bonse, W. Bauspiess // *Phys. Letters*. – 1976. – Vol. 56A. – No. 4. – P. 244-246.
10. Bonse U. The defocused X-Ray interferometry / U. Bonse, E. Kaat // *Z. Physik*. – 1971. – Vol. 243. – P. 14-45.
11. Hart M. A complete determination of dislocation Burgers vectors by X-Ray inter-ferometry // *Phil. Mag.* – 1972. – Vol. 26. – No. 4. – P. 821-831.
12. Bonse U. The skew-symmetric two-crystal X-Ray interferometer / U. Bonse, P. Becker // *J. Appl. Cryst.* – 1974. – Vol. 7. – P. 593-598.
13. Bonse U. X-Ray interferometry and lattice parameter investigation / U. Bonse, W. Graeff, G. Materlik // *Revue De Physique Appliquee*. – 1976. – Vol. 11. – P.83.
14. Badurek G. Phase-shift and spin-rotation phenomena in neutron interferometry / G. Badurek, H. Rauch, A. Zeilinger, W. Bauspiess, U. Bonse // *Phys. Rev.* – 1976.

– Vol. 14 – No. 5. – P. 1177-1181.

15. Bonse U. X-Ray investigation of lattice deformations in silicon induced through high-energy ion implantation / U. Bonse // *Phys. Stat. Sol.* – 1969. – Vol. 33 – No. 1. – P. 136-142.

16. Bonse U. X-Ray and neutron interferometry / U. Bonse, W. Graef // *X-Ray optics: application for solid.* – Berlin, Heidelberg, New-York: Springer Verlag. – 1978. – P. 2367-2375.

17. Bonse U. Dynamical diffraction effects in non-inertial neutron interferometry / U. Bonse, T. Wroblewski // *Phys. Rev.* – 1984. – Vol. 30. – No. 6. – P. 1214-1217.

18. Bonse U. Novel measuring strategies in neutron interferometry / U. Bonse, T. Wroblewski // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research.* – 1985. – A235. – P. 557-560.

19. Hasegawa Y. Off-Diagonal Geometric Phase in a Neutron Interferometer Experiment / Y. Hasegawa, R. Loidl, M. Baron, G. Badurek, H. Rauch // *Phys. Rev.* – 2001. – Vol. 87. – No. 7. – P. 1-18.

20. Kischko U. Neutron interferometry: antiphasing effects caused by geometrical aberrations / U. Kischko, U. Bonse // *J. Appl. Cryst.* – 1985. – Vol. 18. – P. 326-333.

21. Bonse U. X-Ray and neutron interferometry, and the measurement of fundamental constants / U. Bonse, H. Uebbing, M. Bartcher, M. Nubhardt // *J. Metrolog.* – 1994. – Vol. 31. – P. 195-201.

22. Graeff W. A Three-Beam case X-Ray interferometer / W. Graeff, U. Bonse // *Z. Physik.* – 1977. – Bd. 27. – P.19-32.

23. Badurek G. Time-dependent superposition of spinors / G. Badurek, H. Rauch, J. Summhammer // *Phys. Rev. Lett.* – 1983. – Vol. 51. – No. 12. – P. 1015-1018.

24. Bartscher M. X-Ray-interferometric determination of Å-scale lattice shifts at the surface of silicon crystals – the analogue to light-optical interference microscopy / M. Bartscher, U. Bonse // *Cryst. Res. Technol.* – 1988. – Vol. 33. – P. 535-541.

25. Appel A. Michelson interferometer for X Rays and thermal neutrons / A. Appel, U. Bonse // *Phys.Rev. Letters.* – 1991. – Vol.67. – No. 13. – P. 1673-1676.
26. Deslattes R.D. Optical and X-Ray interferometry of silicon lattice spacing / R.D. Deslattes // *Appl. Phys. Lett.* – 1969. – Vol. 15. – P. 386-388.
27. Deslattes R.D. Determination of the Avogadro constant / R.D Deslattes, A. Henins, H. Bowman, R. Schoonover et all // *Phys. Rev. Lett.* – 1974. – Vol. 33. – P. 463-466.
28. Christiansen G. A Study of the strain field of grain dislocations in a silicon X-Ray interferometer / G. Christiansen, L. Gerward, A. Lindegaard // *J. Appl. Cryst.* – 1971. – Vol. 4. – P. 370-375.
29. Bonse U. X-ray computed microtomography using synchrotron radiation / U. Bonse, F. Busch // *Prog. Biophys. Mol. Biol.* – 1996. – Vol. 65. – No. 1-2. – P. 133-169.
30. Becker P. The lattice parameter of lightly pure silicon single crystals / P. Becker, P. Seyfried, H. Siebert // *Z. Physik.* – 1982. – Bd. 48. – No. 1. – P. 17-21.
31. Becker P. History and progress in the accurate determination of the Avogadro constant / P. Becker // *Rep. Prog. Phys.* – 2001. – Vol. 64. – P. 1945-2008.
32. Ferroglio L. Si lattice parameter measurement by centimetre X-Ray interferometry / L. Ferroglio, G. Mana, E. Massa // *Optics express.* – 2008. – Vol. 16. – No. 21. – P. 16877.
33. Massa E. Comparison of the INRIM and PTB lattice-spacing standards / E. Massa, G. Mana, U. Kuetgens // *J. Metrologia.* – 2009. – Vol. 7. – P. 249-253.
34. Snigirev A. X-Ray nanointerferometry based on Si refractive bilayers / A. Snigirev, A. Snigireva, I. Snigireva, V. Kohn, V. Yukin et all // *Physical Review Letter.* – 2009. – Vol. 103. – No. 9. – P. 064801(1)-064801(4).
35. Momose A. Demonstration of X-Ray Talbot interferometry / A. Momose, S. Kawamoto, I. Koyama, Y. Hamaishi et all // *Jpn. J. Appl. Phys.* – 2003. – Vol.42. – P. 866-868.
36. Momose A. Phase-contrast X-Ray computed tomography for observing

- biological specimens and organic materials / A. Momose, T. Takeda and Y. Itai // Jpn. J. Appl. Phys. – 2003. – Vol. 11. – No. 11. – P. 2303-2314.
37. Momose A. Phase imaging with X-Ray Talbot interferometer using gratings fabricated with LIGA process / A. Momose, S. Kawamoto, I. Koyama, Y. Hamaishi et al // Jpn. J. Appl. Phys. – 2003. – Vol. 42. – P. 3221.
38. Momose A. Phase tomography by X-Ray Talbot interferometry // J. Appl. Phys. – 2005. – Vol. 44. – P. 6355.
39. Ingal V.N. X-Ray plane-wave topography observation of the phase contrast from a non-crystalline object / V.N. Ingal, E. A. Beliaevskaya // J. Phys. – 1995. – Vol. 28. – P. 2314-2317.
40. Materlik G. X-Ray interferometric solution of the surface registration problem / A. Frahm, M. Bedzyk, G. Materlik // Physical Rev. Letter. – 1984. – Vol. 52. – No. 6. – P. 441-444.
41. Chikawa J. New X-Ray topographic technique for determination of small defects in high perfect crystals / J. Chikawa, Y. Asaeda and I. Fujimoto // Journal of Applied Physics. – 1970. – Vol. 41. – No. 5. – P. 1922-1925.
42. Ando M. Non-destructive visual search for fossils in rock using X-Ray interferometry imaging / M. Ando, J. Chen, K. Hyado, K. Moiri et al // Jpn. J. Appl. Phys. – 2000. – Vol. 39. – P. 1009-1011.
43. Безирганян П.А. Исследование рентгеновских дифракционных муаровых картин при суперпозиции более двух волн / П.А. Безирганян, Г.Р. Дремян, К.Г. Труни // (Препринт) Ереван: Ереванский государственный университет, 1971. – № 18. – 21 с.
44. Безирганян П.А. К вопросу о зависимости муаровых картин от длины волны / П.А. Безирганян, Ф.О. Эйрамджян // Изв. АН Арм.ССР, Физика. – 1972. – Т. 7. – С. 215-220.
45. Эйрамджян Ф. Интерферометр с четырьмя широкими блоками / Ф. Эйрамджян, К. Труни, П. Безирганян // Изв. АМ. Арм. ССР, Физика. – 1973. – Т. 8. – С. 193-196.

46. Besirganyan P.A. Ein Vier-Block-Vielfachinterferometer / P.A. Besirganyan, F.O. Eiramdshyan, K.G. Truni // *Phys. Stat. Sol.* – 1973. – Vol. 20. – P. 611-618.
47. Безирганян П. Возникновение рентгеновских муаровых картин при асимметричных отражениях в двухблочных интерферометрах / П. Безирганян, В. Асланян // *Кристаллография.* – 1984. – Т. 29. – Вып. 5. – С. 874-881.
48. Безирганян П.А. К вопросу зависимости периодов рентгеновских муаровых картин от длины волны / П.А. Безирганян, С.Е. Безирганян // Тезисы докладов III Всесоюзного совещания "Когерентное взаимодействие излучения с веществом", Ужгород. – 1985. – С. 43.
49. Bezirganyan A.P. The energy distribution in the two-mode X-radiation field inside perfect crystals / A.P. Bezirganyan, S.E. Bezirganyan // *Crystal Res. Technol.* – 1985. – Vol. 20. – № 1. – P. 53-60.
50. Bezirganyan P.A. Interpretation of interference patterns obtained from X-Ray Laue interferometers in primary plane waves // *Crystal Res. Technol.* – 1985. – Vol. 20. – № 2. – P. 66-68.
51. Арутоян В.С. Дифракция сферических рентгеновских волн в двухкристальном интерферометре // *Ученые записи ЕГУ.* – 1986. – Т. 161. – № 1. – С. 59-64.
52. Безирганян П.А. Интерференционные эффекты возникающие в трехкристальном рентгеновском интерферометре с клиновидным зазором / П.А. Безирганян, В.С. Арутоян // *Межвузовский. сборник научных трудов. Физика.* – 1987. – Вып.8-9. – С. 78-80.
53. Аршакян З.З. Структурные искажения, возникающие в полупроводниковых кристаллах под действием постоянных электрических и магнитных полей / З.З. Аршакян, А.О. Абоян, П.А. Безирганян // *Межвузовский. сборник научных трудов. Физика.* – 1987. – Вып. 8-9. – С. 81-84.
54. Езирганян А.М. Новые перспективы развития рентгеновской коротковолновой голографии // *Письма ЖТФ.* – 1988. – Т. 24. – № 10. – С. 55-59.
55. Езирганян А.М. Рентгеновская интерферометрическая коротковолновая

- голография с дифракционной фокусировкой / А.М. Езирганян, К.Г. Труни, А.Р. Мктчян // Письма ЖТФ. – 1998. – Т. 68. – №9. – С. 681-684.
56. Drmeyan H. R. X-Ray interferometric investigation of homogeneity of substance // Phys. stat. solidi. – 2003. – Vol. 137. – P. 57-66.
57. Drmeyan H. R. X-Ray interferometric investigation of homogeneity of substances // Cryst. Reser. and Technology. – 2003. – Vol. 38. – P. 450-456.
58. Aboyan O. X-Ray interferometric investigation of radiation induced imperfection of Silicon crystal / O. Aboyan, E. Arshakya // Phys. Sttat. Solid. – 2006. – Vol. 137. – P. 57-66.
59. Дроздовский В.Б. Определение показателей преломления методом рентгеновской интерферометрии / В.Б. Дроздовский, И.П. Михайлюк, Н.Д. Раранский // УФЖ. – 1972. – Т. 17. – № 7. – С. 1212-1214.
60. Дроздовский В.Б. Интерферометрическое исследование показателей преломления / В.Б. Дроздовский, И.П. Михайлюк, Н.Д. Раранский // УФЖ. – 1972. – Т. 17. – № 8. – С. 1384-1385.
61. Дроздовский В.Б. Исследование аномального рассеяния рентгеновских лучей вблизи К-края поглощения с помощью трехкристального интерферометра / В.Б. Дроздовский, И.П. Михайлюк, Н.Д. Раранский // УФЖ. – 1974. – Т.19. – № 7. – С. 1214-1215.
62. Раранский Н.Д. Изображение дефектов упаковки в рентгеновском дифракционном муаре / Н.Д. Раранский, В.П. Шафранюк // УФЖ. – 1982. – Т. 27. – № 6. – С. 901-904.
63. Раранский Н.Д. Использование рентгеновской интерферометрии для изучения дефектов структуры в монокристаллах / Н.Д.Раранский // Пленарные доклады Всесоюзного совещания "Проблемы рентгеновской диагностики несовершенства кристаллов", Ереван. - 1985. - С.117-131.
64. Раранский Н.Д. Рентгеноинтерферометрическое изображение полей деформаций вокруг дислокационных скоплений / Н.Д. Раранский, В.П. Шафранюк, И.М. Фодчук // Металлофизика. – 1985. – Т. 7. – № 5. – С. 63-71.

65. Раранский Н.Д. Муаровые изображение полос роста в бездислокационном монокристалле Si. / Н.Д. Раранский, В.П. Шафранюк, И.М. Фодчук // УФЖ. – 1985. – Т. 30. – № 1. – С. 133-135.
66. Раранский Н.Д. Дефекты границ сопряжений и релаксация напряжений в эпитаксиальных системах Si-Si, Ge-Si, Ge-Si / Н.Д. Раранский, В.П. Шафранюк // УФЖ. – 1985. – Т. 30. – № 1. – С. 127-132.
67. Раранский Н.Д. Рентгено-топографические и интерферометрические изображения полей упругих деформаций, возникающих при действии внешних сосредоточенных сил на Si / Н.Д. Раранский, И.М. Фодчук, В.П. Шафранюк // Черновицкий госуниверситет, Черновцы, 1985. – Деп. в Укр. НИИНТИ 15.07.85, №1432Ук – 85 Деп.
68. Шафранюк В.П. Изучение дефектов структуры в реальных кристаллах с помощью рентгеновской интерферометрии // Автореферат дис. канд. физ.-мат. наук. – Черновцы, 1986. – 16 с.
69. Раранский М.Д. Маятниковые и мауровые полосы в реальных кристаллах // Автореферат дис. докт. физ.-мат. наук. – Черновцы, 1987. – 24 с.
70. Раранский Н.Д. Влияние ультразвуковых деформаций на муаровые картины / Н.Д. Раранский, И.М. Фодчук, В.Н. Сергеев, О.Г. Гимчинский и др. // Металлофизика. – 1993. – Т. 15. – № 2. – С. 72-79.
71. Струк Я.М. Исследование дифракционных эффектов в деформированных монокристаллах методами маятниковых полос и рентгеновской интерферометрии // Автореферат дис. канд. физ.-мат. наук. – Черновцы, 1993. – 16 с.
72. Raransky N.D. Applied possibilities of a X-Ray diffraction interferometry / N.D. Raransky, Ja.M. Struk, I.M. Fodchuk, V.P. Shafranuk, A.N. Raransky // Proc. SPIE. Bellingham. – 1995. – 2647. – P. 457-467.
73. Никитенко В.И. О пластической деформации кремния в области хрупкого разрушения / В.И. Никитенко, М.М. Мишляев, В.Т. Еременко // ФТТ. – 1967. – Т. 9. – № 2. – С. 2604-2610.
74. Раранський М.Д. Нормальна й аномальна дисперсія рентгенівських хвиль

- // Науковий вісник ЧДУ. – Вип. 57: Фізика. – Чернівці: ЧДУ, 1999. – С. 5-11.
75. Фодчук І.М. Муарові зображення дефектів у рентгенівській трикристальній інтерферометрії / І.М. Фодчук, М.Д. Раранський, Я.М. Струк, І.В. Фесів, В.Є. Регульський // Науковий вісник ЧНУ. Фізика. Електроніка. – 2000. – Вип. 92. – С. 14-19.
76. Фодчук И.М. Муаровые изображения дефектов в рентгеновской трехкристальной интерферометрии / И.М. Фодчук, Н.Д. Раранский, Я.М. Струк, И.В. Фесив // Металлофизика и новейшие технологии. – 2002. – Т.24. – № 5. – С. 617-628.
77. Фодчук І.М. Рентгенівська LLL-інтерферометрія деформованих зосередженою силою кристалів / І.М. Фодчук, М.Д. Раранський, Я.М. Струк, І.В. Фесів // УФЖ. – 2002. – Т. 47. – № 11. – С. 1057-1064.
78. Фесів І.В. Прикладні можливості X-променевої інтерферометрії / І.В. Фесів, Я.М. Струк, І.М. Фодчук // Науковий вісник ЧНУ. Фізика. Електроніка. – 2009. – Вип. 438. – С. 56-70.
79. Новиков С.М. Формирование дифракционных изображений деформационных полей на рентгеновских топограммах при действии сосредоточенной силы / С.М.Новиков, А.Я. Струк, И. В. Фесив, И. М. Фодчук // Металлофизика и новейшие технологии. – 2010. – Т. 32. – №8. – С. 1021-1031.
80. Лидер В.В. Рентгеновские кристаллические интерферометры // УФН. – 2014. – Т. 184. – № 11. – С. 1217-1236.
81. Инденбом В.Л. Проблема изображения в рентгеновской оптике / В.Л. Инденбом, Ф.Н. Чуховский // УФН. – 1972. – Т. 107. – №2. – С.229-265.
82. Пинскер З.Г. Рентгеновская кристаллооптика. – М.: Наука, 1982. – 392 с.
83. Gevers R. Dynamical theory of moire fringe patterns // Phil. Mag. – 1962. – Vol. 7. – No. 82. – P. 1681-1720.
84. Fodchuk I.M. Moire images simulation of strains in X-ray interferometry / I.M. Fodchuk, M.D. Raransky // J. Phys. D: Applied Physics. – 2003. – Vol. 36. – P. A55-A60.

85. Kato N. Dynamical diffraction theory of waves in distorted crystals // *Acta Cryst.* – 1963. – Vol. 16. – No. 4. – P. 122-125.
86. В.Л. Инденбом, Ф.Н. Чуховский *Успехи физических наук*, 6: 238 (1972).
87. Takagi S. A Dynamical theory of diffraction for a distorted crystal // *J. Phys. Soc. Japan.* – 1969. – Vol. 26. – No. 5. – P. 1239-1253.
88. Authier A. *Dynamical theory of X-ray diffraction* – Oxford: Science Publications, 2001. – 734 p.
89. M. Ohler, S. Köhler, and J. Härtwig, *Acta Cryst. A*, 55: 423 (1999).
90. Пинскер З.Г. *Рентгеновская кристаллооптика* – М.: Наука, 1982. – 392 с.
91. Authier A. Theoretical and experimental study of interbranch scattering observed near a dislocation line in X-ray topography / A. Authier, E. Balibar, Y. Epelboin // *Phys. Stat. Sol.* – 1970. – Vol. 41. – No. 1. – P. 225-238.
92. Deslettes R.D. X-ray to visible wave-length ratios / R.D. Deslettes, A. Henins // *Phys. Rev. Letters.* – 1973. – Vol. 31. – No. 16. – P. 972-973.
93. Bonse U. Dispersionskorrektur f' für Nickel nahe der K-Absorptionskante / U. Bonse, G. Materlik // *Z. Phys.* – 1972. – Vol. 253. – No. 3. – P. 232-239.
94. Y. Epelboin, *J. Appl. Cryst.*, 7, No.3: 372 (1974).
95. Fodchuk I.M. The features of X-ray topographic contrast formation in silicon with dislocation clusters / I.M. Fodchuk, S.N. Novikov, D.G. Fedortsov, A.Ya. Struk, I.V. Yaremchuk // *Crystallography Reports.* – 2013. – Vol. 58. – No. 7. – P. 976-983.
96. Ляв А. *Математическая теория упругости* – М.: Физ.-мат. ГИЗ., 1936. – 672 с.
97. Zverev D. X-ray phase-sensitive imaging using a bilens interferometer based on refractive optics / D. Zverev, I. Snigireva, V. Kohn, S. Kuznetsov, V. Yunkin, A. Snigirev // *Optics Express.* – 2020. – Vol. 28. – No. 15. – P. 21856-21868.
98. Zverev D. X-ray Phase Contrast Imaging Technique Using Bilens Interferometer / D. Zverev, I. Snigireva, V. Kohn, S. Kuznetsov, V. Yunkin, A. Snigirev // *Microsc. Microanal.* 24 (Suppl 2), 2018.
99. Takano H. Comparison of image properties in full-field phase X-ray

microscopes based on grating interferometry and Zernike's phase contrast optics / H. Takano, Ya. Wu, Je. Irwin, S. Maderych, M. Leibowitz, A. Tkachuk, A. Kumar, B. Hornberger, A. Momose // *Appl. Phys. Lett.* – 2018. – Vol. 113. – P. 063105-1-063105-5.

100. Lyatun S. X-ray reflecto-interferometer based on compound refractive lenses / S. Lyatun, D. Zverev, P. Ershov, I. Lyatun, O. Konovalov, I. Snigireva, A. Snigirev // *J Synchrotron Radiat.* – 2019. – Vol. 26 (Pt 5). P. 1572-1581.

101 Шафранюк В.П. Дослідження релаксації механічних напруг у реальних кристалах методом рентгенівського дифракційного муару // *Термоелектрика.* – 2013. – №5. – С. 40-50.

102. Шафранюк В.П. Можливості методу рентгенівської дифракційної інтерферометрії у вивченні релаксації локальних механічних напруг в приповерхневих шарах монокристалів // *Науковий вісник ЧНУ. Фізика.* – 1998. – Вип. 32. – С. 122-127.

103. Fodchuk I.M. Direct and inverse problems in X-ray three-crystal triple Laue case interferometry. / I.M. Fodchuk, S.N. Novikov, I.V. Yaremchuk // *Applied optics.* – 2016. – Vol. 55. – No. 12. – P. B120-B125.

104. Фодчук И.М. Воспроизведение остаточного деформационного поля в кристалле-анализаторе LLL-интерферометра. / И.М. Фодчук, С.Н. Новиков, И.В. Яремчук // *Металлофизика и новейшие технологии.* – 2016. –Т. 38. – № 3. – С. 389-403.

105. Суворов Э.В. Рентгеновская оптика кристаллов с дефектами / Э.В.Суворов, И.Л. Шульпина // *Поверхность.* – 2001. – № 12. – С. 3-22.

106. Даценко Л.И. Динамическое рассеяние рентгеновских лучей реальными кристаллами / Л.И. Даценко В.Б. Молодкин, М.Е. Осинковский // *Киев: Наукова думка.* – 1988. – С. 136.

107. Hartwig J. Hierarchy of dynamical theories of x-ray diffraction for deformed and perfect crystals // *J. Applied Physics.* – 2001. – Vol. 34. – No. 10. – P. 70-77.

108. Гонсалес Р., Вудс Р., Эддинс С. Цифровая обработка изображений в среде

MatLab. – М.: Техносфера, 2006. – 616 с.

109. Matlab. – [Електронний ресурс]. – Режим доступу: www.mathworks.com.

110. Gonzalez R., Woods R. Digital image processing / Prentice Hall, 2002. – 813 p.

111. Kosarevych R.J. Image Segmentation Based on the Evaluation of the Tendency of Image Elements to form Clusters with the Help of Point Field Characteristics / R.J. Kosarevych, B.P. Rusyn, V.V. Korniy, T.I. Kerod // Cybernetics and Systems Analysis. – 2015. – Vol. 51. – No. 5. – P. 704-713.

112. Визначення локальних деформацій в околі зварного шва нікелевого сплаву за даними енергетичних Фур'є спектрів картин Кікучі / М.Д. Борча, М.С. Солодкий, С.В. Баловсяк, І.М. Фодчук, А.Р. Кузьмін, В.М. Ткач, К.А. Ющенко, А.В. Звягінцева // Фізика і хімія твердого тіла. – 2018. – Т.18. – №4. – С.307-312.

113. Thonhpanja S. Mean and Median Frequency of EMG Signal to Determine Muscle Force based on Time-dependent Power Spectrum / S. Thonhpanja, A. Phinyomark, P. Phukpattaranont, C. Limsakul // Electronika IR Elektrotechnika. – 2013. – Vol. 19. – No. 3. – P.51-56.

114. Баловсяк С.В. Воспроизведение остаточного деформационного поля в кристалле-анализаторе *LLL*-интерферометра. / С.В. Баловсяк, С.Н. Новиков, И.М. Фодчук, И.В. Яремчук // Металлофизика и новейшие технологии. – 2019. – Т. 41. – № 3. – С. 389-402.

115. Каханер Д., Моулер К., Неш С. Численные методы и программное обеспечение. – М. :Мир, 2001. – 575с.

116. Баловсяк С.В. Спосіб визначення величини деформаційних полів кристала на основі *X*-променевого муарового зображення в кремнієвому *LLL*-інтерферометрі. / С.В. Баловсяк, П.М. Литвин, І.М. Фодчук, І.В. Яремчук // Патент на корисну модель 121378 Україна, МПК G01T 1/16, G06F 17/00, G06F 17/17. Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича (UA). – №u201702011; заяв. 02.03.2017; опубл. 11.12.2017, Бюл. №23/2017.

117. Fodchuk I.M. Reconstruction of spatial distribution of strains in crystals using the energy spectrum of X-ray Moire patterns. / I.M. Fodchuk, S.N. Novikov, S.V. Balovsyak, I.V. Yanchuk, V.F. Romankevych // Ukr. J. Phys. Opt. – 2020. – Vol. 21. – No. 3. – P. 141-151.
118. Шафранюк В.П. Исследование глубины поврежденного слоя в термоэлектрических материалах методом рентгеновской дифракционной интерферометрии // Термоэлектрика. – 2013. – №4. – С.63-71.
119. Федер Е. Фракталы: Пер. с англ. – М.: Мир, 1991. – 254 с.
120. Clarke K.S. Computation of the fractal dimension of topographic surfaces using the triangular prism surface area method // Computers and Geosciences. – 1986. – Vol.12. – No.5. – P. 713-722.

ДОДАТОК 1

- 1*.Fodchuk I.M. The Features of *X*-Ray Topographic Contrast Formation in Silicon with Dislocation Clusters. / I.M. Fodchuk, S.N. Novikov, D.G. Fedortsov, A.Ya. Struk, **I.V. Yaremchuk** // Crystallography Reports. – 2013. – Vol. 58, No. 7. – P. 976–983.
- 2*.Новіков С.М. Вплив величини і розташування зосереджених сил на формування муарових картин в *LLL*-інтерферометрі. / С.М. Новіков, І.М. Фодчук, Я.М. Струк, **І.В. Яремчук** // Науковий вісник Чернівецького університету. Фізика. Електроніка. – 2014. – Т. 3, Вип. 2. – С. 11-19.
- 3*.Fodchuk I.M. Direct and inverse problems in *X*-ray three-crystal triple Laue case interferometry. / I.M. Fodchuk, S.N. Novikov, **I.V. Yaremchuk** // Applied optics. – 2016. – Vol. 55, No. 12. – P. B120-B125.
- 4*.Фодчук И.М. Воспроизведение остаточного деформационного поля в кристалле-анализаторе *LLL*-интерферометра. / И.М. Фодчук, С.Н. Новиков, **И.В. Яремчук** // Металлофизика и новейшие технологии. – 2016. –Т. 38, № 3. – С. 389-403.
- 5*.Баловсяк С.В. Воспроизведение остаточного деформационного поля в кристалле-анализаторе *LLL*-интерферометра. / С.В. Баловсяк, С.Н. Новиков, И.М. Фодчук, **И.В. Яремчук** // Металлофизика и новейшие технологии. – 2019. – Т. 41, № 3. – С. 389-402.
- 6*.Fodchuk I.M. Reconstruction of spatial distribution of strains in crystals using the energy spectrum of *X*-ray Moire patterns. / I.M. Fodchuk, S.N. Novikov, S.V. Balovsyak, **I.V. Yanchuk**, V.F. Romankevych // Ukr. J. Phys. Opt. – 2020. – Vol. 21, No. 3. – P. 141-151.
- 7*.Баловсяк С.В. Спосіб визначення величини деформаційних полів кристала на основі *X*-променевого муарового зображення в кремнієвому *LLL*-інтерферометрі. / С.В. Баловсяк, П.М. Литвин, І.М. Фодчук, **І.В. Яремчук** // Патент на корисну модель 121378 Україна, МПК G01T 1/16, G06F 17/00, G06F 17/17. Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича (UA). – №u201702011; заяв. 02.03.2017; опубл. 11.12.2017, Бюл.

№23/2017.

- 8*. Fodchuk I.M. Simulation of moiré patterns of silicon depending on the nature of arrangement of local concentrated forces in the series / I.M. Fodchuk, S.N. Novikov, I.V. Fesiv, Ya.M. Struk, **I.V. Yaremchuk** // XIV міжнародна конференція з фізики і технології тонких плівок та наносистем (МКФТТПН-XIV). – 20-25 травня, Івано-Франківськ (Україна), 2013. – Р. 122-123.
- 9*. Фодчук И.М. Особенности исследование полей деформаций методом рентгеновской интерферометрии / И.М. Фодчук, С.Н. Новиков, Я.М. Струк, И.В. Фесив, **И.В. Яремчук** // VI Українська наукова конференція з фізики напівпровідників УНКФН-6. – 30 вересня – 4 жовтня, Чернівці (Україна), 2013. – С. 345-346.
- 10*. Fodchuk I.M. The features of research of deformation fields by X-ray interferometry / I.M. Fodchuk, S.N. Novikov, Ya.M. Struk, I.V. Fesiv, **I.V. Yaremchuk** // The 11th International Conference "Correlation Optics". – 18-21 September, Chernivtsi (Ukraine), 2013.
- 11*. Fodchuk I. Influence of magnitude and arrangement of concentrated forces onto the formation of moiré patterns in LLL-interferometer / I. Fodchuk, S. Novikov, Ya. Struk, I. Fesiv, **I. Yaremchuk** // 12th Biennial Conference on High-Resolution X-Ray Diffraction and Imaging ХТОР 2014. – 14-19 September, Villard de Lans (France), 2014.
- 12*. Фодчук И.М. Муарові картини модельних мікро подряпин в Si / И.М. Фодчук, С.М. Новіков, **И.В. Яремчук** // Physical and technological problems of radio engineering devices, telecommunication, nano-and microelectronics. – 23-23 October, Chernivtsi, (Ukraine), 2014. – С. 192.
- 13*. Fodchuk I.M. Reconstruction of Residual Deformation Field from Moiré Patterns in the X-ray Interferometry / I.M. Fodchuk, S.N. Novikov, Ya.M. Struk, **I.V. Yaremchuk** // XV міжнародна конференція з фізики і технології тонких плівок та наносистем (МКФТТПН-XV). – 11-16 травня, Яремча, 2015.
- 14*. Fodchuk I.M. Reconstruction of nature of elastic fields from moiré patterns in the X-ray interferometry / I.M. Fodchuk, S.N. Novikov, **I.V. Yaremchuk** // The

- Twelfth International Conference "Correlation Optics 2015". – 14-18 September, Chernivtsi (Ukraine), 2015.
- 15*. Fodchuk I. Long-Range Interaction of Residual Deformation Fields in the *X*-Ray Triple-Crystalline *LLL*-Interferometer / I. Fodchuk, S. Novikov, M. Raransky, V. Shafranuyk, **I. Yaremchuk** // 13th Biennial Conference on High Resolution *X*-Ray Diffraction and Imaging XTOP 2016. – 4-8 September, Brno (Czech Republic), 2016. – Vol. 23. – No. 3. – P. 302.
- 16*. Новіков С.М. Відтворення можливих джерел залишкових деформацій в рентгенівському три кристальному *LLL*-інтерферометрі / С.М. Новіков, І.М. Фодчук, М.Д. Раранський, В.П. Шафранюк, Я.М. Струк, **І.В. Яремчук** // VII українська наукова конференція з фізики напівпровідників "УНКФН-7". – 26-30 вересня, Дніпро (Україна), 2016. – С. 401-402.
- 17*. Balovsyak S. The Fourier energy spectrum for moiré images arising under the action of concentrated forces / S. Balovsyak, I. Fodchuk, S. Novikov, **I. Yaremchuk** // XVI міжнародна конференція з фізики і технології тонких плівок та наносистем (МКФТТПН–XVI–ІСРТТФН). – 15-20 травня, Івано-Франківськ (Україна), 2017. – С. 357.
- 18*. Fodchuk I. Calculation of force distribution based on *X*-ray moire images / I. Fodchuk, S. Balovsyak, S. Novikov, **I. Yaremchuk** // 14th Biennial Conference on High Resolution *X*-Ray Diffraction and Imaging XTOP 2018. – 3-7 September, Bari (Italy), 2018.
- 19*. Novikov S. Reconstitution of Strain Distribution from *X*-Ray Moiré Images by Characteristics of the Fourier Energy Spectrum / S. Novikov, S. Balovsyak, V. Romankevych, **I. Yanchuk** // XVII міжнародна фреїківська конференція з фізики і технології тонких плівок та наносистем (МКФТТПН-XVII). – 20-25 травня, Івано-Франківськ (Україна), 2019. – С. 161.
- 20*. Fodchuk I. Residual strain reconstruction from *X*-ray moiré images through the radial distribution of Fourier power spectrum / I. Fodchuk, S. Balovsyak, S. Novikov, **I. Yanchuk**, V. Romankevych // 14th International Conference on Correlation Optics. – 16-19 September, Chernivtsi (Ukraine), 2019. – P. M 21.