

Міністерство освіти і науки України
Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича



Ректор Роман ПЕТРИШИН
2024 р.

**Програма фахового іспиту
для вступників на навчання**

за другим (магістерським) рівнем вищої освіти
(денна/заочна форма навчання)
спеціальність 111 «Математика»

Схвалено Вченою радою факультету
математики та інформатики
протокол № 9 від 20 березня 2024р.

Голова ради Ольга МАРТИНЮК



ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Метою вступного фахового випробування є перевірка базових знань з математики і відбір вступників для зарахування на навчання за ступенем магістра за спеціальністю 111 «Математика» при вступі на навчання на основі НРК6 та НРК7. Програма іспиту містить питання з математичного аналізу, комплексного, функціонального аналізу, рівнянь з частинними похідними, диференціальних рівнянь, теорії ймовірностей, алгебри і теорії чисел, аналітичної геометрії, диференціальної геометрії і топології і методики викладання математики.

Математичний аналіз

1. Границя числової послідовності. Властивості збіжних послідовностей. Теорема про збіжність монотонної послідовності та принцип вкладених відрізків. Число e .
2. Критерій Коші збіжності числової послідовності.
3. Границя функції. Чудові границі. Правила знаходження границь функцій.
4. Теореми про неперервні функції (збереження знаку, проходження через нуль, обмеженість та досягнення екстремальних значень на відрізку).
5. Рівномірна неперервність функції та теорема Кантора.
6. Похідна і диференціал функції однієї дійсної змінної: означення і геометричний зміст. Правила диференціювання. Важливі границі та похідні від основних елементарних функцій.
7. Теореми про диференційовні функції (Ферма, Ролля, Лагранжа і Коші) та їх застосування (критерій сталості, умова монотонності, правила Лопітала).
8. Формула Тейлора для функції однієї змінної із залишковим членом у формі Пеано, Лагранжа і Коші.
9. Локальні екстремуми функції однієї змінної: необхідні й достатні умови. Знаходження найбільшого і найменшого значень функції на відрізку.
10. Невизначений інтеграл і таблиця інтегралів. Заміна змінної та інтегрування частинами у невизначеному інтегралі.
11. Означення визначеного інтеграла (інтеграла Рімана), суми Дарбу та критерій інтегровності.
12. Неперервність та диференційовність інтеграла зі змінною верхньою межею. Формула Ньютона-Лейбніца.
13. Збіжний числовий ряд та його сума. Нескінченна геометрична прогресія. Необхідна умова збіжності числового ряду. Критерій Коші збіжності числового ряду.
14. Узагальнений гармонійний ряд. Ознаки порівняння збіжності додатних рядів, Коші, Д'аламбера.
15. Степеневі ряди та область їх збіжності. Формула Коші-Адамара.
16. Абсолютна та умовна збіжності числових рядів. Ознака Лейбніца збіжності знакозмінного ряду та оцінка його залишку.

17. Поточкова і рівномірна збіжність функціональних послідовностей та рядів. Критерій Коші та ознака Вейерштрасса рівномірної збіжності.
18. Інтегрування та диференціювання функціональних рядів.
19. Невласні інтеграли I-го та 2-го роду.
20. Функції багатьох змінних, неперервність та диференційованість функції багатьох змінних. Теорема про рівність мішаних похідних.
21. Формула Тейлора та екстремум функції багатьох змінних.
22. Подвійні і потрійні інтеграли. Заміна змінних в подвійних, потрійних інтегралах. Застосування подвійних, потрійних інтегралів для розв'язання фізичних та геометричних задач.
23. Власні та невластні інтеграли залежні від параметра. Теореми про диференціювання та інтегрування інтегралів за параметром інтегралів. Гамма-функція, Бета-функція.
24. Криволінійні інтеграли першого та другого роду, їх обчислення, зв'язок між ними.
25. Формули Гріна і Остроградського.
26. Ряди Фур'є. Розклад функції в ряд Фур'є.

Комплексний аналіз

1. Аналітичні функції комплексної змінної. Умови Коші-Рімана-Ейлера-Даламбера.
2. Інтегральна формула Коші.
3. Розклад аналітичних функцій в ряди Тейлора та Лорана. Розклади основних елементарних функцій.
4. Лишки функцій комплексної змінної та їх властивості. Застосування лишків до обчислення інтегралів.
5. Теорема Ліувілля про цілі функції та її застосування до доведення основної теореми алгебри.

Функціональний аналіз

1. Метричні простори. Приклади метричних просторів: $\mathbf{R}$, $\mathbf{C}$, $C[a,b]$, l_p , $p \geq 1$. Повні метричні простори.
2. Принцип стискаючих відображень та його застосування.
3. Теорема про вкладені кулі. Теорема Бера.
4. Нормовані та банахові простори. Обмежений лінійний оператор та його норма.
5. Поточно та рівномірно обмежена сім'я операторів. Принцип рівномірної обмеженості.
6. Продовження лінійних функціоналів та теорема Гана-Банаха.
7. Теорема Банаха про обернений оператор.
8. Гільбертові простори. Тотожність паралелограма і теорема Ріса про загальний вигляд лінійних неперервних функціоналів на гільбертовому просторі.

Рівняння з частинними похідними

1. Класифікація та зведення до канонічного вигляду диференціальних рівнянь з частинними похідними 2-го порядку.
2. Задача Коші для рівняння коливання нескінченної струни: постановка, розв'язання методом характеристик, коректність, принцип Дюамеля.
3. Задача Коші для хвильового рівняння: формула Кірхгофа, метод спуску Адамара.
4. Загальна схема методу відокремлення змінних розв'язання задач для диференціальних рівнянь з частинними похідними 2-го порядку. Властивості власних чисел і власних функцій задачі Штурма-Ліувілля.
5. Вивчення вільних і вимушених коливань обмеженої струни із закріпленими кінцями методом відокремлення змінних. Існування розв'язку.
6. Єдиність та неперервна залежність від початкових даних розв'язків мішаних задач для гіперболічних рівнянь.
7. Розв'язування першої мішаної задачі для рівняння теплопровідності. Принцип максимуму для рівняння теплопровідності та його застосування до встановлення єдності та неперервної залежності розв'язку першої мішаної задачі від даних.
8. Розв'язування задачі Коші для рівняння теплопровідності методом перетворення Фур'є. Встановлення коректності задачі Коші в класі неперервних та обмежених функцій.
9. Застосування методу відокремлення змінних до розв'язування крайових задач для рівняння Лапласа в крузі, в кільці та зовні круга.
10. Означення та властивості гармонічних функцій. Принцип максимуму для гармонічних функцій та наслідки з нього.

Теорія ймовірностей

1. Класичне означення ймовірності. Аксиоматика Колмогорова теорії ймовірностей.
2. Залежні та незалежні випадкові події. Умовна ймовірність. Формули множення ймовірностей.
3. Формула повної ймовірності. Формула Байєса.
4. Поняття неперервної випадкової величини (НВВ). Функція та щільність розподілу НВВ, їх властивості.
5. Основні числові характеристики НВВ (математичне сподівання, дисперсія, мода, медіана, початкові та центральні моменти). Їх властивості.
6. Закон великих чисел. Нерівність Чебишова. Центральна гранична теорема (теорема Ляпунова – без доведення).

Аналітична геометрія

1. Вектори. Лінійні операції над векторами.
2. Скалярне, векторне та мішане множення векторів.
3. Види рівнянь прямої лінії на площині.
4. Види рівнянь прямої лінії в просторі.
5. Види рівнянь площини.
6. Взаємне розміщення прямих в просторі, заданих своїми канонічними рівняннями.

7. Канонічне рівняння еліпса, гіперболи і параболи. Директриси еліпса, гіперболи і параболи. Ексцентриситет.

Диференціальна геометрія і топологія

1. Дотик кривих. Стичне коло.
2. Кривина лінії. Скрут. Обчислювальні формули для кривини та скруту.
3. Тригранник Френе. Формули Френе.
4. Перша квадратична форма поверхні та її застосування.
5. Друга квадратична форма поверхні та її застосування.
6. Властивості операторів замикання та внутрішності.
7. Аксиоми відокремності та зв'язок між ними.
8. Зв'язні топологічні простори.
9. Досконало нормальні простори і теорема Веденісова.

Алгебра і теорія чисел

1. Система лінійних рівнянь з n змінними. Розв'язок системи. Різні методи знаходження розв'язків системи: метод Гаусса, теорема Крамера, теорема Кронекера-Капеллі, матричний спосіб.
2. Фундаментальна система розв'язків однорідної системи лінійних рівнянь. Загальний розв'язок однорідної та неоднорідної системи рівнянь. Зв'язок між розв'язками неоднорідної та приєднаної однорідної систем лінійних рівнянь.
3. Комплексні числа: алгебраїчна та тригонометрична форми запису комплексного числа. Дії над комплексними числами в алгебраїчній та тригонометричній формах. Формула Муавра. Корінь натурального степеня з комплексного числа.
4. Многочлени від однієї змінної. Дії над ними. Теорема про ділення многочленів з остачею.
5. Дільники многочлена. Спільні дільники двох многочленів. Найбільший спільний дільник двох многочленів. Алгоритм Евкліда.
6. Корінь многочлена. Теорема Безу. Кратні корені. Схема Горнера та її застосування до знаходження значення многочлена та його похідних в точці, до розкладу многочлена за степенями $(x-a)$.
7. Основна теорема алгебри про існування коренів многочлена від однієї змінної. Розклад многочлена на множники. Формули Вієта.
8. Квадратична форма. Канонічний та нормальний вигляди квадратичної форми. Закон інерції дійсних квадратичних форм.
9. Скінченновимірний лінійний простір. База простору. Зв'язок між різними базами.
10. Лінійний простір — означення та властивості. Приклади. Ізоморфізм лінійних просторів.
11. Лінійний оператор в лінійному просторі. Матриця лінійного оператора.
12. Евклідовий простір — означення та властивості. Ортонормовані бази, їх існування. Процес ортогоналізації.
13. Група, абелева група — означення та властивості. Приклади. Гомоморфізм та ізоморфізм груп.

14. Кільце, поле — означення та властивості. Приклади. Ізоморфізми кілець та полів.

Диференціальні рівняння

1. Поняття рівняння, розв'язку, інтеграла. Основні типи інтегровних рівнянь першого порядку: рівняння з відокремленими змінними, лінійні, в повних диференціалах.
2. Формулювання теореми про існування та єдиність розв'язку задачі Коші для рівняння $y' = f(x, y)$. Лінійні диференціальні рівняння n -го порядку. Поняття про фундаментальну систему розв'язків, вронскіан, конструкція загального розв'язку.
3. Розв'язання однорідних і неоднорідних лінійних рівнянь n -го порядку зі сталими коефіцієнтами.

Методика викладання математики

1. Методика вивчення границі і неперервності функцій у закладах загальної середньої освіти (ЗЗСО). Інтуїтивні і точні поняття.
2. Математичні поняття і методика їх вивчення. Первісні і означувальні поняття. Способи введення понять.
3. Математичні твердження. Теорема. Структура теореми. Види теорем. Необхідні, достатні, необхідні і достатні умови. Наведіть приклади.
4. Методи доведення теорем, проілюструвати на конкретних прикладах. Методика навчання учнів доведень теорем.
5. Координатний метод в курсі геометрії ЗЗСО.
6. Методика вивчення теми „Похідна функції” в курсі математики ЗЗСО.
7. Аксиоматики в курсі геометрії ЗЗСО.
8. Математика в ЗЗСО як навчальний предмет. Цілі навчання математики в ЗЗСО.
9. Методи навчання математики в ЗЗСО.
10. Внутрі- та міжпредметні зв'язки у математиці.
11. Функції задач у навчанні математики та їх види.
12. Урок математики. Підготовка вчителя до уроку. Конспект уроку та вимоги до нього.
13. Аналіз уроку.
14. Система тестування як засіб педагогічної діагностики успішності й розвитку учнів при вивченні математики.
15. Кабінет математики в ЗЗСО та його функції.
16. Використання нових інформаційних технологій навчання математики.
17. Навчальне обладнання з математики і методика його використання.
18. Специфіка навчання математики в ЗЗСО у класах з поглибленим її вивченням.
19. Позакласна робота з математики.
20. Факультативні курси з математики та форми їх організації.
21. Поняття нерівності з одним невідомим. Розв'язок нерівності. Класифікація нерівностей. Системи та сукупності нерівностей. Рівносильність і логічне слідування.
22. Метод геометричних перетворень в геометрії ЗЗСО.

23. Методика вивчення алгебраїчних і трансцендентних функцій у курсі математики ЗЗСО.
24. Методика розв'язування геометричних задач на побудову з допомогою циркуля і лінійки.
25. Поняття функції в сучасному курсі математики ЗЗСО. Різні підходи до означення поняття функції, методика формування поняття функції.
26. Поняття рівняння та його розв'язку. Класифікація рівнянь. Системи та сукупності рівнянь. Рівносильність і логічне слідування.
27. Означення та основні властивості тригонометричних функцій, їх графіки.
28. Означення та основні властивості обернених тригонометричних функцій, їх графіки.
29. Теорема Чеви та її застосування.
30. Вираження висот, медіан трикутника через його сторони.
31. Вираження бісектрис трикутника через його сторони.
32. Вираження радіусів вписаного та описаного кіл трикутника через його сторони.
33. Взаємне розташування висоти, медіани та бісектриси у трикутнику.
34. Вираження сторін та площі трикутника через його медіани та висоти.
35. Теорема Карно та її застосування.
36. Критерій вписаного кола в чотирикутник та описаного кола навколо чотирикутника.
37. Теорема Брахмагупта.
38. Звичайні та десяткові дроби.
39. Елементи алгебри та геометрії в курсі математики 5-6 класів ЗЗСО.

ЛІТЕРАТУРА

Алгебра і теорія чисел

Основна

1. Завало С.Т. Курс алгебри. – К.: Вища школа, 1985. – 504 с.
2. Костарчук В.М., Хацет Б.І. Курс вищої алгебри. – К.: Рад. шк., 1964. – 511 с.
3. Городецький В.В., Колісник Р.С., Сікора В.С. Курс лінійної алгебри в теоремах і задачах. Частина перша: Навчальний посібник.- Чернівці, 2018.— 336 с.
4. Колісник Р.С., Сікора В.С., Шевчук Н.М. Лінійна алгебра в теоремах і задачах. Ч. 1: Навчальний посібник. – Чернівці: Книги – ХХІ, 2011. – 292 с.
5. Бородін О. І. Теорія чисел. – К.: Вища школа, 1970. – 274 с.

Додаткова

1. Завало С.Т., Костарчук В.Н., Хацет Б.И. Алгебра и теория чисел. Часть 1, 2. – К.: Вища школа, 1977. – 398 с.
2. Безущак О.О., Ганюшкін О.Г. Елементи теорії чисел: Навч. посібник. – К.: Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2003. – 202 с.
3. Завало С. Т., Левіщенко С. С., Пилаєв В. В., Рокицький І. О. Алгебра і теорія чисел. Практикум в 2-х частинах. – К.: Вища школа, 1986. – Ч. 1. – 264 с.
4. Алгебраїчні операції на множинах та їх властивості: Методичні вказівки / Укл.: І.В.Житарюк, В.С.Сікора. – Чернівці: Рута, 2005. – 77 с.

Математичний аналіз

Основна

1. Маслюченко О. В., Маслюченко В. К. Елементи математичного аналізу. Частина І. Числа, функції, границі і неперервність, Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича –Чернівці: Технодрук, 2021. 400 с
2. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз. Ч.1. – К.: Либідь, 1993. – 319 с.
3. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз. Ч.2. – К.: Либідь, 1994. – 302 с.
4. Дзядик В.К. Математичний аналіз. Т.1. – К.: Вища школа, 1995. – 495 с.

Додаткова

1. Ляшко І.І., Ємельянов В.Ф., Боярчук О.К. Математичний аналіз: У 2-х ч. – К. : Вища шк., 1992. – Ч. 1. – 495 с.; Ч. 2. – 1993. – 375 с.
2. Завдання для практичних занять з математичного аналізу. У 3-х ч./ Укл.: Звоздецький Т.І., Карлова О.О., Михайлюк В.В. – Чернівці: Рута, Ч. 1. – 2010.– 92 с.; Ч.2. – 2012. – 136 с. Ч.3. – 2013.
3. Шкіль М.І. Математичний аналіз: У 2-х ч. – К. : Вища шк., 2005. –Ч. 1. – 447 с.; Ч. 2. –510 с.
4. Нагнибіда М.І., Настасієв П.П. Математичний аналіз. Завдання для самостійної роботи. – К.: Вища школа, 1981. – 222 с.

5. Ляшко І.В., Ємельянов В.Ф., Боярчук О.К. Математичний аналіз. Ч.ІІ. – 1993. – Київ: Вища школа. – 375 с.
6. Нагнибіда М.І., Настасієв П.П. Завдання для самостійної роботи з математичного аналізу. – К.: Вища школа, 1981. – 235 с.

Функціональний аналіз

Основна

1. Маслюченко В.К. Лекції з функціонального аналізу. У 3-х ч. – Чернівці : ЧНУ, 2010. – Ч. 1. – 184 с.; Ч. 2. – 192 с.; Ч. 3. – 2011. – 72 с.
2. Федак І.В. Курс лекцій з функціонального аналізу та теорії міри. Навчальний посібник. Івано-Франківськ, Ч.1-4. 2020.
3. Лянце В., Кудрик Т. Чуйко Г. Функціональний аналіз: навчальний посібник, Львів, ЛНУ, 2007.

Додаткова

1. Миктитюк Я. Сущик Н. Функціональний аналіз. Конспект лекцій та практичних занять. Львів, 2023.

Комплексний аналіз

Основна

1. Нагнибіда М.І. Основи комплексного аналізу. – Чернівці : Зелена Буковина, 2002. – 256 с.
2. П.В. Слюсарчук, Т.В. Боярищева, М.С. Герич, О.О. Погоріляк, О.О. Синявська, Г.І. Сливка-Тилищак, А.М. Тегза. Комплексний аналіз. Навчальний посібник. Ужгород, 2022.
3. Комплексний аналіз. Приклади і задачі: Навчальний посібник. – За редакцією В.Г. Самойленка. – К.: ВПЦ «Київський університет», 2010.

Додаткова

1. Гольдберг А.А., Шеремета М.М., Заболоцький М.В, Скасків О.Б. Комплексний аналіз. Львів, Афіша, 2008.

Диференціальні рівняння та рівняння з частинними похідними

Основна

1. Самойленко А.М., Перестюк М.О., Парасюк І.О. Диференціальні рівняння. – К.; Либідь, 1994. – 360с.
2. Кривошия О.А., Перестюк М.О., Бурим В.М. Диференціальні та інтегральні рівняння.– К. : Либідь, 2004. – 408 с.
3. Диференціальні рівняння та елементи математичної фізики : Навч. метод. посібник / Уклад.: С.Г. Блажевський, О.М. Ленюк. – Чернівці : ЧНУ, 2021. -248 с.
4. Гой Т.П., Махней О.В. Диференціальні рівняння. Івано-Франківськ, 2010.

Додаткова

1. Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестюк М.О. Диференціальні рівняння в прикладах і задачах. – К. : Вища школа, 1994. – 454 с.

2. Диференціальні рівняння: Методичний посібник / Уклад.: Р.І. Петришин, С.Г. Блажевський. – Чернівці: Рута, 2008. – 80 с.

Аналітична геометрія

Основна

1. Основи аналітичної геометрії в теоремах і задачах / навч. посіб.: **В.В. Городецький, С.Б. Боднарук, Ж.І. Довгей, В.С. Лучко**. – Чернівці: – Чернівецький нац. ун-т ім. Ю. Федьковича, 2020. – 384 с.
https://drive.google.com/file/d/1fFcSXo81bQPukhZeV41Qef_R7eQDwxyK/view?usp=s_haring
2. Городецький В.В., Боднарук С.Б., Довгей Ж.І. Аналітична геометрія. Елементи векторної алгебри: навчальний посібник у 4-х част., – Ч. 2, Чернівці: Чернівецький нац. ун-т, 2012. –100 с.
3. Городецький В.В., Боднарук С.Б., Лучко В.С. Аналітична геометрія. Системи координат. Найпростіші задачі аналітичної геометрії: навчальний посібник у 4-х част., – Ч. 1, Чернівці: Чернівецький нац. ун-т, 2011. – 92 с.

Додаткова

1. Городецький В.В., Боднарук С.Б. Алгебра та геометрія в теоремах і задачах: навч. посібник. – Част. І. – Чернівці: Чернівецький нац. ун-т, 2009. – 336 с.
2. Бокало Б.М., Бридун В.Л., Гуран І.Й. Навчально-методичний посібник з аналітичної геометрії. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2008, – 262 с.

Диференціальна геометрія і топологія

Основна

1. Карлова О. Вступ до загальної топології. Частина І. Навчальний посібник, Чернівці, Технодрук, 108 с.
2. Engelking R. General topology. Heldermann-Verlag-Berlin, 1989.
3. Городецький В. В., Житарюк І. В., Мартинюк О. В. Основи топології в теоремах і задачах. – Чернівці: Прут, 2011. – 544 с.
4. Кованцов М.І. Диференціальна геометрія. – К.: Вища школа, 1973. – 276 с.
5. Городецький В.В., Мартинюк О.В. Диференціальна геометрія в теоремах і задачах. –Чернівці: Рута, 2006.– 400 с.

Теорія ймовірностей

Основна

1. Королюк В.С., Царков Є.Ф., Ясинський В.К. Ймовірність, статистика та випадкові процеси. Теорія та комп'ютерна практика. В 3-х томах. Т. 1.: Ймовірність. Теорія та комп'ютерна практика. – Чернівці: Золоті литаври, 2007. – 444 с.
2. Королюк В.С., Ясинський В.К. Теорія ймовірностей. Комп'ютерний практикум. – Чернівці: Золоті литаври, 2011. – 487 с.
3. Скасків О.Б. Теорія ймовірностей. Львів: Число, 2012.

Додаткова

1. Ясинський В.К. Практикум з теорії ймовірностей та модульно-рейтингова навчальна система на комп'ютерах. – Чернівці: Зелена Буковина, 2000. – 296 с.

Методика викладання математики

Основна

1. Методика викладання математики / Упоряд. Черкасов Р. С., Столяр А. А. – Харків: Основа, 1992- 245с.
2. Бевз Г.П. Методика викладання математики: Навч. посібник. – 3-є вид., 18 перероб. і допов./ Г.П. Бевз. – К.: Вища школа, 1989. – 367 с.
3. Бевз Г. П. Методика розв’язування стереометричних задач. – Київ: Рад. школа, 1988. – 190 с.
4. Петришин, Р.І., Житарюк І.В., Колісник, Р.С. Математика для випускників ЗЗСО. Частина 1. Числа. Вирази. Повторювальний курс: навч. посібник. Київ: Людмила, 2020. – 344 с.
5. Житарюк І. В. Елементарна математика і методика викладання математик. Конспект лекцій. Ч2. Загальні питання методики навчання математики: Навч. Посібник. – Чернівці: Прут, 2011.-364с.
6. Слєпкань З. І. Методика навчання математики. – Київ: Вища школа, 2006.-312 с.
7. Бевз Г. П. Методика розв’язування алгебраїчних задач. – К.: Рад. шк., 1975. – 240 с.
8. Тригонометрія: Вчимося розв’язувати задачі. А.Г.Мерзляк, Ю.М. Рабінович, М.С. Якір.- К.: Генеза, 2008. – 352 с.

КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ

Вступний фаховий іспит проводиться у формі тестування. Тест складається із 20 завдань. Правильна відповідь кожне завдання тесту оцінюється в 6 балів. Загальна оцінка за вступний фаховий іспит – це сумарна оцінка за 20 завдань тесту разом з ваговим доданком 80 балів.

До участі в конкурсі на зарахування на навчання допускаються лише ті вступники, у яких загальна оцінка за вступний фаховий іспит більша за 100 балів.