

В ІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу

Козловського Миколи Романовича

**“Необхідні і достатні умови на множину точок розриву нарізно
неперервних функцій”,**

представлену на здобуття наукового ступеня доктора філософії
у галузі знань 11 «Математика та статистика»
зі спеціальності 111 «Математика»

1. Актуальність теми дисертаційного дослідження.

Дослідження необхідних і достатніх умов на множину точок розриву нарізно неперервних функцій багатьох змінних разом з вивченням берівської класифікації нарізно неперервних функцій є стали основою теорії нарізно неперервних відображень. Ця тематика була започаткована в кінці 19-го і на початку 20-го століття відомими класиками теорії функцій Рене Бером і Анрі Лебегом. У подальшому властивості множини точок розриву нарізно неперервних функцій та їх аналогів вивчалися у роботах Г. Гана (1921), Р.Кешнера (1943), І.Наміоки (1974), Ж.Кальбрі і Ж.П.Труаліка (1979), М.Талагранна (1979), Р.Христенсена (1981), Ж.Сан-Ремо (1983), Г.Дебс (1986), З.Піотровський (1985), А.Бузіад (1994), М.Бурк (2003) та багато інших. Варто окремо зазначити, що значний внесок у розвиток даних досліджень зробили українські математики, зокрема, представники чернівецької школи загальної функцій, яка під керівництвом професора Володимира Маслюченка постала у кінці 20-го століття. Отже, тематика дисертаційних досліджень є актуальною, а сама робота продовжує і розвиває математичні наукові традиції Чернівецького університету.

2. Зміст роботи.

Дисертаційна робота складається зі вступу, шести розділів, висновків і списку використаних джерел. Основні результати роботи викладені в розділах 3-6.

Третій розділ дисертації Миколи Козловського присвячений дослідженню задачі про побудову нарізно неперервної функції двох змінних з даною множиною точок розриву, яка має «прямокутний» вигляд $A \times B$. З допомогою уведеного автором поняття регулярної множини у топологічному просторі одержується досить загальне розв'язання цієї задачі для регулярної множини A у топологічному просторі X і функціонально замкненої ніде не щільної множини B у топологічному просторі Y . Разом з тим, у цьому розділі одержується негативне розв'язання вищезгаданої задачі, а саме встановлюється, що на добутку двох компактифікацій Стоуна-Чеха зліченного дискретного простору не існує нарізно неперервної функції з множиною точок розриву, що дорівнює добутку наростів цих компактифікацій.

У четвертому розділі встановлюються необхідні і достатні умови на одноточкові множини у добутку n компактних просторів, які рівносильні існуванню (сильно) нарізно неперервної функції, яка розривна, в точності, в даній точці. Одержані умови записуються у термінах

збіжних послідовностей відкритих множин, а основний результат розділу узагальнює аналогічну теорему Михайлюка для функцій двох змінних.

У наступних двох розділах дисертації узагальнюється на випадок n змінних результат Т.Банаха, О.Маслюченка і В.Михайлюка про одноточкові G_δ -розриви нарізно неперервних функцій двох змінних. У п'ятому розділі досліджується це питання для сильно нарізно неперервних функцій n змінних, а в шостому – для нарізно неперервних функцій n змінних. При цьому, як і для двох змінних, тут використовуються умови майже когерентності P -фільтрів на зліченній множині, які не залежать від ZFC -аксіом. Цікавим є той факт, що при переході до сильно нарізно неперервних функцій n змінних відповідна умова залишається незмінною і не залежить від n , в той час, як випадок нарізно неперервних функцій приводить до дещо слабшої умови, залежної від n .

3. Наукова новизна і достовірність результатів.

Результати дисертаційної роботи є новими. Вони узагальнюють і розвивають результати з даної тематики, які були отримані раніше. Результати належним чином обґрунтовані, всі нові твердження містять повні доведення і приводять до цілком достовірних наукових висновків.

4. Апробація результатів і публікації.

Результати дисертаційної роботи висвітлені в 4 статтях, 3 з яких у наукових виданнях, проіндексованому у наукометричній базі даних Scopus. Матеріали дисертації доповідались і опубліковані у 4 тезах доповідей на міжнародних наукових конференціях.

5. Практичне значення роботи.

Дисертаційна робота є важливим внеском у дослідження сукупних властивостей нарізно неперервних функцій та їх аналогів. Вона носить теоретичний характер і, зокрема, вказує на перспективу можливих узагальнень багатьох результатів про нарізно неперервні функції на випадок сильно нарізно неперервних функцій.

Зауваження.

1. У огляді результатів на с. 37 Теорема 6.3.4 помилково названа ще одною Теоремою 6.3.3.
2. Зауваження про зв'язок між нарізною неперервністю і сильною нарізною неперервністю на середині с. 46 дублює висновок на початку с. 35.
3. У лемі 5.2.2 два записи об'єднання добутків, у яких міститься множина E , нерівносильні, фактично правильний другий з них.
4. Трапляються стилістичні недоліки, наприклад, на с. 21 «Враховуючи твердження ... , з даної теореми випливає наслідок ...» . Слово «розглядаємого» на с. 51 є русизмом.
5. Дисертант не притримується одностайності у транслітерації імен, наприклад, на с. 17 одночасно згадуються Г. Ган і Г. Ганн, на с. 43 одночасно маємо Прейса-Симона і Прайса-Симона, Наміока на с. 18 стає Намміокою на с. 21 тощо.

6. Твердження 4.1.1 – 4.1.6, 4.2.1, 4.2.2 є прямолінійними наслідками з означень, можливо, було б доречніше назвати їх «Зауваженнями».

7. На жаль, у праці є істотна кількість описок, пропущених літер і знаків пунктуації тощо, особливо у першому і другому розділах, які автор, схоже, писав останніми і з меншим зацікавленням.

Висновок

Згадані зауваження у жодному випадку не применшують цінності дисертаційної роботи і не ставлять під сумнів обґрунтованість її положень. Твердження, виокремлені автором як основні, а саме Теореми 3.3.1, 3.4.7, 4.3.4, 5.3.1, 5.3.2, 5.5.2, Наслідок 5.5.3, Теореми 6.1.3, 6.2.5, 6.3.3 та 6.3.4 є яскравими і становлять суттєве просування у теорії нарізно неперервних функцій.

Дисертаційна робота Козловського Миколи Романовича «Необхідні і достатні умови на множині точок розриву нарізно неперервних функцій», подана на здобуття ступеня доктора філософії у галузі знань 11 – Математика та статистика за спеціальністю 111 – Математика за її актуальністю, новизною і науково-теоретичним рівнем обґрунтованості результатів відповідає вимогам пунктів 6, 7, 8, 9 «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України від 12 січня 2022 р., № 44 (із змінами внесеними згідно з Постановами Кабінету Міністрів України № 341 від 21 березня 2022 р., № 502 від 19 травня 2023 р., № 507 від 3 травня 2024 р.), а також «Вимогам до оформлення дисертації», затверджених Наказом Міністерства освіти і науки України №40 від 12 січня 2017 року (зі змінами внесеними згідно з Наказом МОН України №759 від 31 травня 2019 р.), а автор дисертаційної роботи Козловський Микола Романович заслуговує присудження йому наукового ступеня доктора філософії у галузі знань 11 Математика та статистика за спеціальністю 111 Математика.

Офіційний опонент:

доктор фізико-математичних наук, доцент
завідувач кафедри алгебри та геометрії
Прикарпатського національного
університету імені Василя Стефаника

Підпис завіряю:

Вчений секретар
Прикарпатського національного
університету імені Василя Стефаника



Олег НИКИФОРЧИН

Вікторія СТИНСЬКА