

РЕЦЕНЗІЯ

на дисертаційну роботу Козловського Миколи Романовича
*“Необхідні і достатні умови на множині точок розриву нарізно
неперервних функцій”*,

представлену на здобуття наукового ступеня доктора філософії
у галузі знань ІІ «Математика та статистика»
зі спеціальності ІІІ «Математика»

Актуальність теми дисертаційного дослідження.

Дисертаційна робота присвячена дослідженню властивостей множини точок розриву нарізно неперервних функцій багатьох змінних. Вивчення таких питань для нарізно неперервних функцій двох дійсних змінних були розпочаті відомими французькими математиками Рене Бером та Анрі Лебегом. Їхні результати на випадок n змінних були узагальнені Г.Ганом, а повний опис множини точок розриву нарізно неперервних функцій дійсних змінних одержав у 1943 році Р.Кешнер. Аналогічні питання для нарізно неперервних відображень на добутку абстрактних просторів досліджувались у працях багатьох авторів І.Наміюки, Ж.Кальбрі і Ж.П.Труаліка, М.Талаграна, Р.Христенсена, Г.Дебса, З.Піотровського, А.Бузіада, Т.Банаха та інших. Важливе місце у даній тематиці займають результати представників Чернівецького університету, де під керівництвом Володимира Кириловича Маслюченка у кінці 20-го століття сформувався потужний математичний колектив, який плідно працює у теорії нарізно неперервних відображень. Слід зауважити, що найзагальніші результати, які дають необхідні і достатні умови на множині точок розриву нарізно неперервних функцій, були одержані саме представниками школи Володимира Маслюченка. Разом з тим, дана тематика містить ще багато відкритих питань, на розв'язання яких, зокрема, направлена дисертаційна робота.

Структура і зміст роботи

Дисертаційна робота складається зі вступу, шести розділів основної частини, висновків і списку використаних джерел. У першому розділі подано огляд основних результатів з тематики досліджень, а в другому розділі викладені деякі відомі результати, які використовуються у дисертаційному дослідженні. Основні результати роботи викладені у наступних чотирьох розділах.

Третій розділ дисертаційної роботи присвячений розв'язанню спеціальної оберненої задачі, яка полягає у побудові нарізно неперервної функції на добутку $X \times Y$ топологічних просторів з даною множиною точок розриву вигляду $A \times B$. Автор розв'язує цю задачу у досить загальному несиметричному випадку, коли множина A є регулярною множиною у топологічному просторі X , а множина B – функціонально замкнена піде не щільна множина у топологічному просторі Y . Важливим інструментом при цьому виступає уведене дисертантом поняття регулярної множини, яке вивчається у цьому розділі. Крім того, третій розділ містить досить нетривіальне

негативне розв'язання спеціальної оберненої задачі, яке одержується з допомогою відомої теореми Наміоки. А саме, показано, що на добутку двох компактифікацій Стоуна-Чеха множини натуральних чисел не існує нарізно неперервної функції, множина точок розриву якої дорівнює добутку наростів цих компактифікацій.

Четвертий розділ дисертаційної роботи присвячений дослідженню одноточкових розривів нарізно неперервних функцій на добутку n компактних просторів. Необхідні і достатні умови існування таких нарізно неперервних функцій на добутку двох компактних просторів були встановлені В.Михайлюком у 2005 році. Дисертант розвиває запропонований там підхід і отримує аналогічну характеристику для добутку n компактних просторів, яка формулюється у термінах збіжних послідовностей відкритих множин. При цьому виявлено, що така ж характеристика є правильною і для сильно нарізно неперервних функцій, тобто функцій багатьох змінних, які є неперервними при фіксуванні однієї змінної.

П'ятий і шостий розділи дисертаційної роботи присвячений дослідженню такого питання: чи для довільної нідс не щільної G_δ -точки у добутку n цілком регулярних просторів існує (сильно) нарізно неперервна функція на цьому добутку, для якої дана точка є єдиною точкою розриву? Т.Банах, О.Маслюченко і В.Михайлюк у 2007 році показали, що при $n=2$ позитивна відповідь на це питання не залежить від ZFC -аксіом і рівносильна тому, що довільні два P -фільтри на зліченній множині є майже когерентними. На відміну від результатів четвертого розділу, перехід від функцій двох змінних до функцій трьох і більше змінних у даній задачі приводить до двох різних узагальнень: для сильно нарізно неперервних функцій і для нарізно неперервних функцій, які викладені у п'ятому і шостому розділах, відповідно. Встановлено, що для сильно нарізно неперервних функцій позитивна відповідь не залежить від кількості змінних і так само рівносильна майже когерентності довільних двох P -фільтрів, а для нарізно неперервних функцій – рівносильна умові полягас у наявності двох майже когерентних фільтрів у довільному наборі з n P -фільтрів.

Наукова новизна, обґрунтованість і достовірність результатів

Всі основні результати дисертаційної роботи Миколи Козловського є новими. Вони містять як узагальнення результатів попередніх досліджень з даної тематики, а також описують нові властивості множин точок розриву нарізно неперервних і сильно нарізно неперервних функцій. Результати належним чином обґрунтовані, а їх достовірність забезпечується повними доведеннями всіх нових математичних фактів.

Повнота викладу основних результатів в опублікованих працях і апробація результатів

Всі основні результати роботи опубліковані в 4 статтях (3 статті у виданнях проіндексованих у наукометричній базі даних Scopus, 1 стаття у фаховому виданні України).

Результати дисертації пройшли апробацію і опубліковані у тезах доповідей 4 міжнародних конференцій.

Практичне значення

Результати дисертаційного дослідження носять теоретичний характер. Вони можуть бути використані при читанні вибіркових дисциплін на спеціальності Математика, а також стати предметом для подальшого розвитку у напрямку повного опису множин точок розриву нарізно неперервних функцій.

Зауваження.

Дисертаційна робота оформлена добре, хоча містить певну кількість друкарських описок. Крім того, є декілька зауважень, які стосуються математичного наповнення роботи.

1. Описки:

- на сторінці 41, 7-8 рядок знизу *Намі оки* потрібно замінити на *Наміоки*;
- на сторінці 42, 13 рядок зверху *визначений* потрібно замінити на *визначених*;
- на сторінці 51, 3 рядок зверху *всюдищільною* потрібно замінити на *всюди щільною*;
- на сторінці 57, 13 рядок зверху *ламана функція* потрібно замінити на *кусково лінійна функція*;
- на сторінці 59, 7 рядок зверху *систем* потрібно замінити на *система*;
- на сторінці 69, 6 рядок знизу *то простір* потрібно замінити на *а простір*;
- на сторінці 70, 2 рядок зверху *гомеоморфізми* потрібно замінити на *гомеоморфізм*;
- на сторінці 74, 4-5 рядок зверху *функціонально ніде не щільною* потрібно замінити на *функціонально замкненою ніде не щільною*;
- на сторінці 75, 2 рядок зверху слово *множина* зайве;
- на сторінці 87, 9 рядок зверху *існують* потрібно замінити на *існує*;
- на сторінці 87, 7 рядок знизу слово *що* зайве;
- на сторінці 99, 6 рядок знизу *ококом* потрібно замінити на *околом*;
- на сторінці 117, 1 рядок зверху *відкрито замкнена* потрібно замінити на *відкрито-замкнена*;

2. Деякі фрагменти міркувань викладені у дуже лаконічному вигляді або відсутні. Наприклад, варто було б дати коротеньке доведення твердження 6.3.2. Так само, у доведенні теореми 6.3.3 на сторінці 125 варто було б подати доведення нарізної неперервності функції g ;

3. Після доведення теореми 6.3.4 варто було б подати доведення того, що умова (ii) з цієї теореми також не залежать від ZFC-аксіом.

4. У зв'язку з теоремою 3.4.7 природно виникає питання про існування нарізно неперервних функцій на добутку двох компактифікацій Стоуна-Чеха, яка має непорожню множину точок розриву прямокутного вигляду. Варто було б з'ясувати, чи

працює метод доведення теореми 3.4.7 для одержання негативної відповіді на це питання.

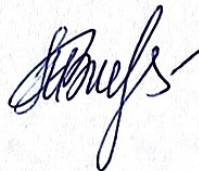
Зазначені вище зауваження не применшують позитивного враження від роботи і не впливають на високу оцінку наукового рівня дисертаційної роботи.

Висновок

Дисертаційна робота Козловського Миколи Романовича «Необхідні і достатні умови на множині точок розриву нарізно неперервних функцій», подана на здобуття ступеня доктора філософії у галузі знань 11 – Математика та статистика за спеціальністю 111 – Математика за її актуальністю, новизною і науково-теоретичним рівнем обґрунтованості результатів відповідає вимогам пунктів 6, 7, 8, 9 «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України від 12 січня 2022 р., № 44 (із змінами внесеними згідно з Постановами Кабінету Міністрів України № 341 від 21 березня 2022 р., № 502 від 19 травня 2023 р., № 507 від 3 травня 2024 р.), а також «Вимогам до оформлення дисертації», затверджених Наказом Міністерства освіти і науки України №40 від 12 січня 2017 року (зі змінами внесеними згідно з Наказом МОН України №759 від 31 травня 2019 р.), а автор дисертаційної роботи Козловський Микола Романович заслуговує присудження йому наукового ступеня доктора філософії у галузі знань 11 Математика та статистика за спеціальністю 111 Математика.

Рецензент:

кандидат фізико-математичних наук, доцент
кафедри алгебри та інформатики
Чернівецького національного
університету імені Юрія Федьковича



Вадим Мироник

Підпис Мироника В. засідчую
Учений секретар Чернівецького національного
університету імені Юрія Федьковича
Козловська А.
"14" травня 2024

