

## ВИСНОВОК

про наукову новизну, теоретичне і практичне значення  
результатів дисертації Візінської Ірини Іванівни на тему:  
«Апроксимація початкових і крайових задач для диференціально-  
функціональних рівнянь та їх числове моделювання»,  
поданої на здобуття ступеня доктора філософії  
за спеціальністю 113 – «Прикладна математика»  
в галузі знань 11 – «Математика та статистика»

### 1. Обґрунтування вибору теми дослідження та її зв'язок із науковими програмами, планами та темами.

Математичними моделями багатьох фізичних і технічних процесів є диференціально-функціональні та диференціально-різницеві рівняння. Такі рівняння виникають у теорії оптимального керування, при моделюванні біологічних та екологічних процесів, дослідженні динаміки ядерних реакторів, у напівпровідникових системах із зворотнім зв'язком та інших явищах, еволюція яких залежить від передісторії.

Знайти точний розв'язок диференціально-різницевих рівнянь вдається тільки у найпростіших випадках, тому методи побудови наближених розв'язків таких рівнянь мають важливе значення. Особливий інтерес викликають дослідження, що дозволяють використати методи теорії звичайних диференціальних рівнянь для вивчення диференціально-функціональних рівнянь.

Схеми апроксимації диференціально-різницевих рівнянь спеціальними системами звичайних диференціальних рівнянь, зокрема, дозволяють використати підходи дослідження звичайних динамічних систем та розв'язати ряд задач із теорії стійкості лінійних систем із запізненням. Дослідження зв'язків між диференціально-різницевиими рівняннями і відповідними апроксимуючими системами звичайних диференціальних рівнянь мають важливе значення для подальшого розвитку теорії диференціально-функціональних рівнянь.

Тема дисертаційної роботи відповідає науковому напрямку кафедри математичного моделювання факультету математики та інформатики Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича. Дослідження дисертаційної роботи були розпочаті під керівництвом доктора фізико-математичних наук, професора Черевко Ігоря Михайловича в рамках держбюджетної наукової теми кафедри математичного моделювання "Дослідження асимптотичної поведінки розв'язків диференціально-функціональних та еволюційних рівнянь і моделювання детермінованих та стохастичних прикладних процесів" (номер держреєстрації 0113U003171) та продовжено в рамках держбюджетної наукової теми "Математичне та комп'ютерне моделювання динамічних процесів, що описуються детермінованими і стохастичними диференціально-функціональними та еволюційними рівняннями, і їх застосування" (номер держреєстрації 0120U105712).

**Об'єкт дослідження:** початкові задачі для диференціально-різницевих та диференціально-функціональних рівнянь та крайові задачі для інтегро-диференціальних рівнянь із запізненням.

**Предмет дослідження:** розробка та обґрунтування схем апроксимації початкових та крайових задач для диференціально-різницевих та диференціально-функціональних рівнянь, аналіз неасимптотичних коренів квазіполіномів та комп'ютерне моделювання стійкості лінійних автономних систем із запізненням.

**Методи дослідження:** методи якісної теорії звичайних диференціальних та диференціально-функціональних рівнянь, метод послідовних наближень, принцип стислих відображень.

**2. Формулювання наукового завдання, нове розв'язання якого отримано в дисертації.** У дисертаційній роботі поставлено завдання, що полягало в розробці та обґрунтуванні схем апроксимації початкових та крайових задач для диференціально-різницевих та диференціально-функціональних рівнянь послідовністю систем звичайних диференціальних рівнянь та їх застосування для знаходження неасимптотичних коренів

відповідних квазіполіномів та дослідження стійкості лінійних автономних систем з багатьма запізненнями.

### **3. Наукові положення, розроблені особисто дисертантом та їх новизна.**

Дисертанткою у роботі одержано такі нові і важливі результати:

1) досліджено схеми апроксимації початкових задач для систем лінійних диференціально-різницевих рівнянь запізнюючого й нейтрального типів з багатьма запізненнями послідовністю систем звичайних диференціальних рівнянь;

2) запропоновано алгоритми дослідження на стійкість систем лінійних диференціально-різницевих рівнянь з багатьма запізненнями та знаходження верхньої межі запізнення, для якої зберігається стійкість системи із запізненням;

3) отримано достатні умови існування та єдиності розв'язку крайової задачі для інтегро-диференціальних рівнянь із багатьма сталими запізненнями;

4) досліджено схему апроксимації крайової задачі для інтегро-диференціальних рівнянь із запізненням послідовністю систем звичайних диференціальних рівнянь;

5) розроблено прикладні додатки в яких реалізовано описані в дисертаційній роботі алгоритми для дослідження стійкості диференціально-різницевих рівнянь. Проведені числові експерименти для модельних тестових прикладів.

### **4. Обґрунтування і достовірність наукових положень, висновків і рекомендацій, що захищаються.**

Дослідження, які виконані автором в даній дисертаційній роботі, спрямовані на постановку та розв'язання нових наукових задач, що є важливими для розвитку загальної теорії початкових та крайових задач для диференціально-функціональних рівнянь.

Ідеї та підходи, які використані для досліджень, є результативними. Усі одержані результати є строго математично обґрунтованими, що підтверджується наведеними в роботі прикладами та забезпечується узгодженістю з відомими

раніше результатами.

Дисертація складається із вступу, чотирьох розділів, висновків до розділів, загальних висновків та списку використаних джерел і 3 додатків. Дисертаційна робота є самостійною науковою працею. Висновки, рекомендації та пропозиції, що характеризують, зокрема, наукову новизну дослідження, сформульовані автором дисертації.

#### **5. Рівень теоретичної підготовки здобувачки та рівень її обізнаності з результатами наукових досліджень інших науковців.**

Здобувачка продемонструвала високий науковий рівень наявних публікацій стосовно досліджень дисертаційної роботи. Для розв'язання поставлених наукових завдань здійснено критичний аналіз літературних джерел, пов'язаних з тематикою дисертаційної роботи, засвоєно та оптимізовано ряд методик для апроксимації диференціально-функціональних рівнянь.

Чисельні експерименти здійснено здобувачкою самостійно, їх аналіз та інтерпретація обговорювалися спільно з науковим керівником та рядом викладачів кафедри математичного моделювання.

#### **6. Наукове та практичне значення роботи.**

Результати дисертації мають в основному теоретичний характер. Вони є вагомим внеском у методику дослідження систем диференціально-різницевих і диференціально-функціональних рівнянь. Побудовані та обгрунтовані схеми апроксимації початкових задач для диференціально-функціональних рівнянь запізнюючого і нейтрального типів та крайових задач для інтегро-диференціальних рівнянь із запізненням можуть бути використані при вивченні прикладних задач механіки, оптимального керування, динамічних процесів екології, імунології, економіки та інших областей, математичними моделями яких є розглянуті в роботі диференціально-функціональні рівняння. Одержані алгоритми знаходження неасимптотичних коренів квазіполіномів та аналізу стійкості лінійних диференціально-різницевих рівнянь можуть бути також використані для подальшого дослідження якісних властивостей розв'язків лінійних автономних систем із запізненням.

## **7. Повнота викладу матеріалів дисертації в публікаціях та особистий внесок здобувачки в публікації.**

**Результати** перевірки тексту дисертації з використанням антиплагіатної системи UNICHECK показав 5.47% схожості з джерелами з Інтернету. Робота відповідає принципам академічної доброчесності.

Всі основні положення і висновки дисертаційної роботи достатньо детально висвітлено у 5 статтях автора, з яких 4 статті належать до переліку наукових видань України категорії "Б", а одна стаття входить до переліку наукових видань України категорії "А". Зміст та обсяг публікацій відповідають темі дисертації, відображають основні отримані результати, свідчать про їх новизну.

Результати роботи апробовані на численних міжнародних наукових конференціях і наукових семінарах.

### **Наукові праці у періодичних наукових фахових виданнях України:**

1. Іліка С.А., Тузик І.І., Піддубна Л.А. Черевко І.М. Апроксимація лінійних диференціально-різницевих рівнянь та їх застосування. *Буковинський математичний журнал*, 2018. Т. 6, № 3-4. С. 80-83.
2. Іліка С.А., Тузик І.І., Черевко І.М. Апроксимація неасимптотичних коренів квазіполіномів диференціально-різницевих рівнянь нейтрального типу. *Буковинський математичний журнал*. 2020. Т. 8, № 1. С. 110-117.
3. Тузик І.І., Черевко І.М. Апроксимація крайових задач для інтегро-диференціальних рівнянь із запізненням. *Буковинський математичний журнал*. 2022. Т.10, № 1. С. 120-128.
4. Дорош А.Б., Тузик І.І., Черевко І.М. Схеми апроксимації крайових задач для інтегро-диференціальних рівнянь із запізненням. *Нелінійні коливання*. 2023. 26, № 1. С. 33-41.
5. Візінська І.І. Моделювання стійкості диференціально-різницевих рівнянь із запізненням. *Буковинський математичний журнал*. 2023. Т.11, № 1. С. 71-79.

### **Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:**

6. Cherevko I., Tuzyk I., Ilika S., Pertsov A. Approximation of Systems with Delay and Algorithms for Modeling Their Stability. 11th International Conference on

Advanced Computer Information Technologies ACIT'2021, 15-17 September 2021, Deggendorf, Germany. P. 49-52.

7. Tuzyk I., Cherevko I. Algorithms for studying the stability of linear systems with many delay. 12th International Conference on Advanced Computer Information Technologies, 26-28 September 2022, Spišská Kapitula, Slovakia. P. 164-167.

8. Піддубна Л.А., Тузик І.І., Черевко І.М. Схеми апроксимації диференціально-різницевих рівнянь та їх застосування. Міжнародна наукова конференція "Сучасні проблеми математичного моделювання, обчислювальних методів та інформаційних технологій" : Матеріали конференції, 2-4 березня 2018 р. Рівне. С. 80-81.

9. Тузик І.І. Про апроксимацію диференціально-різницевих рівнянь та їх стійкість. Конференція молодих учених "Підстригачівські читання – 2019", Львів, 27-29 травня 2019 р.

10. Cherevko I., Tuzyk I. Approximation schemes of differential functional equations and theirs application. The 27th Conference On Applied and Industrial Mathematics : Proceedings CAIM 2019, Targoviste, Romania, 19-22 September 2019. Targoviste : "Valahia" University. P. 20-21.

11. Матвій О., Тузик І., Черевко І. Схеми апроксимації лінійних диференціально-різницевих рівнянь та їх застосування. Сучасні проблеми диференціальних рівнянь та їх застосування : Матеріали міжнародної наукової конференції, присвяченої 100-річчю від дня народження професора С.Д. Ейдельмана, 16-19 вересня 2020 р. Чернівці : Чернівецький нац. ун-т, 2020. С. 159-160.

12. Іліка С.А., Тузик І.І., Черевко І.М. Апроксимація лінійних диференціально-функціональних рівнянь та неасимптотичних коренів їх квазіполіномів. Тези доповідей ІХ міжнародної наукової конференції "Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації". Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2020. С. 49-50.

13. Тузик І.І., Матвій О.В. Схеми апроксимації диференціально-різницевих рівнянь та їх застосування. Конференція молодих учених "Підстригачівські читання – 2020", Львів, 26-28 травня 2020 р.

14. Черевко І.М., Тузик І.І., Іліка С.А. Алгоритм дослідження стійкості лінійних диференціально-різницевих рівнянь. Матеріали XXVI Міжнародної наукової конференції "Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики", Львів, 27-28 вересня 2021, С. 173-177.

15. Cherevko I., Tuzyk I., Piddybna L. On the approximation of linear systems with delay and their stability type. The 28th Conference On Applied and Industrial Mathematics : Proceedings CAIM 2021, Romania, 17-18 September 2021. P. 16-17.

16. Cherevko I., Tuzyk I. Approximation of systems with delay their stability. Book of abstracts of EQUADIFF Brno, Czech Republic, 11-15 July 2022, Masaryk University. No 15. P. 225.

**8. Апробація матеріалів дисертації здійснювалася на таких конференціях:**

- 11th International Conference on Advanced Computer Information Technologies ACIT'2021, 15–17 September 2021, Deggendorf, Germany.

- 12th International Conference on Advanced Computer Information Technologies, 26–28 September 2022, Spišská Kapitula, Slovakia.

- Міжнародній науковій конференції "Сучасні проблеми математичного моделювання, обчислювальних методів та інформаційних технологій", Рівне, 2–4 березня 2018 р.

- Конференції молодих учених "Підстригачівські читання – 2019", Львів, 27–29 травня 2019 р.

- The 27th Conference On Applied and Industrial Mathematics, Targoviste, Romania, 19–22 September 2019.

- Міжнародній науковій конференції "Сучасні проблеми диференціальних рівнянь та їх застосування", присвяченій 100-річчю від дня народження професора С.Д. Ейдельмана, Чернівці, 16–19 вересня 2020 р.

- IX міжнародній науковій конференції "Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації", Кам'янець-Подільський, 2020 р.

- Конференція молодих учених "Підстригачівські читання – 2020", Львів, 26–28 травня 2020 р. - XXVI Міжнародній науковій конференції "Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики", Львів, 27–28 вересня 2021 р.

- The 28th Conference On Applied and Industrial Mathematics, Romania, 17–18 September 2021.

- International Conference on Differential Equations and Their Applications EQUADIFF 15, Brno, Czech Republic, July 11–15, 2022.

#### **9. Оцінка мови і стилю дисертації.**

Дисертація написана чіткою, добре зрозумілою мовою для фахівців. Стель викладу матеріалу послідовний, логічний та відповідає вимогам, що висуваються до праць такого рівня.

#### **10. Відповідність змісту дисертації спеціальності з відповідної галузі знань, з якої вона подається до захисту.**

Зміст дисертації відповідає чинним вимогам до оформлення дисертації, встановленим освітньо-науковою програмою «Прикладна математика» галузі знань 11 «Математика та статистика», спеціальності 113 – «Прикладна математика».

#### **11. Дотримання нормативних вимог щодо оформлення дисертації.**

Нормативні вимоги щодо оформлення дисертації дотримані повністю.

#### **12. Рекомендації дисертації до захисту.**

Дисертаційна робота Візінської Ірини Іванівни на тему «Апроксимація початкових і крайових задач для диференціально- функціональних рівнянь та їх числове моделювання», подана на здобуття ступеня доктора філософії за спеціальністю 113 – «Прикладна математика» в галузі знань 11 – «Математика та статистика» за її актуальністю, новизною та науково-теоретичним рівнем обґрунтованості результатів відповідає вимогам пунктів 6, 7, 8, 9 «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого Постановою Кабінету Міністрів



України від 12 січня 2022 р. №44 (із змінами внесеними згідно з Постановою Кабінету Міністрів України від 21 березня 2022 р. №431).

За результатами публічної презентації результатів дисертації та їх обговорення на засіданні кафедри математичного моделювання факультету математики та інформатики Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича 10 жовтня 2023 року дисертацію Візінської Ірини Іванівни рекомендовано до захисту в разовій спеціалізованій вченій раді на здобуття ступеня доктора філософії.

Голова засідання,

завідувач кафедри прикладної математики

та інформаційних технологій

Чернівецького національного університету

імені Юрія Федьковича

доктор фізико-математичних наук, професор



Ярослав БІГУН

